The Method for Solving Inverse Problems of Economic Analysis Using Statistical Data

Ekaterina B. Gribanova,

PhD in Technique, Tomsk State University of Control System and Radio electronics:
40, Lenin Avenue, Tomsk, Russian Federation, 634050
E-mail: katag@yandex.ru

Paula E. Tugar-ool,

probationer research, Tomsk State University of Control System and Radio electronics:
40, Lenin Avenue, Tomsk, Russian Federation, 634050
E-mail: paula94@rambler.ru

Abstract

The inverse problem answers the question of "how do I...?" and the purpose of solving such a problem is the ability to form optimal management decisions. This article presents the methods for solving inverse problems of economic analysis using statistical data. In a classic case using inverse computations, calculation of the increments of the arguments is based on the target value of the function, the coefficients of the relative importance of the arguments, the primary values of the arguments and the directions of their change. This proposed method involves determining the functional arguments based on statistical historical data and includes two steps: first, constructing the regression equation from among the argument, the resulting indicator and the definition of the value of the arguments and then finding the solution to the inverse problem using the inverse computations. The coefficients of relative importance are calculated based on the magnitude of the gradient, and the sign of the elemental gradient determines the direction in which the arguments change. This paper describes the solution to the simple problem of forming revenue for the organization. The article presents an example of the application of this method to solve the modeling problem of rating the Republic of Tuva, which is based on eight groups of indicators: the standard of living, financial security, agricultural production efficiency, construction efficiency, the availability of labor resources, health, security education, and the technology for information and communication security. Using this method has allowed us to answer the question of how it is possible to increase the integral characteristics of the regional socio-economic development by 4.68%. This study used the inverse calculation theory, regression analysis, and optimization methodology. This method, which we have developed, can be used in the decision-making support systems for management.

Keywords: inverse problem, inverse computations, statistical data, the regression function, economic analysis.

JEL: C58, C38.

Метод решения обратных задач экономического анализа на основе статистических данных

Грибанова Екатерина Борисовна,

кандидат технических наук, доцент, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники: 634050, Российская Федерация, г. Томск, просп. Ленина, д. 40
E-mail: katag@yandex.ru

Тугар-оол Паула Эресовна,

стажер-исследователь, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники: 634050, Российская Федерация, г. Томск, просп. Ленина, д. 40
E-mail: paula94@rambler.ru

Аннотация

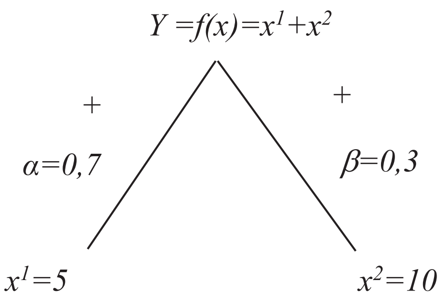
Обратная задача отвечает на вопрос «как сделать так, чтобы?..», и целью решения подобных задач является формирование оптимальных управленческих решений. В статье предложен метод решения обратных задач с помощью статистических данных. В классическом варианте использования механизма обратных вычислений расчет приростов аргументов осуществляется на основе заданного значения функции, коэффициентов относительной важности аргументов, исходных значений аргументов и направления их изменения. Предложенный метод предполагает определение аргументов функции на основе статистических данных за прошлые периоды и включает два этапа: построение регрессионного уравнения между аргументом и результирующим показателем (в статье рассмотрена линейная зависимость) и определение значение аргумента; решение обратной задачи с помощью обратных вычислений. При этом коэффициенты относительной важности вычисляются на основе величины градиента таким образом, чтобы достижение результата было выполнено за счет наименьшего суммарного изменения аргументов, а знак элементов градиента определяет направление изменения аргументов. Для иллюстрации работы метода рассмотрено решение простой задачи формирования выручки организации. В статье представлен пример применения данного метода для решения задачи моделирования рейтинговой оценки Республики Тыва, которая формируется на основе восьми групп показателей: уровень жизни, финансовая обеспеченность, эффективность сельскохозяйственного производства, эффективность строительства, обеспеченность трудовыми ресурсами, состояние системы здравоохранения, обеспеченность объектами образования, обеспеченность информационными и коммуникационными технологиями. Использование рассмотренного метода позволило ответить на вопрос, каким образом возможно повышение интегральной характеристики социально-экономического развития региона на 4,68%. В работе использована методология теории обратных вычислений, регрессионный анализ, методы оптимизации. Разработанный метод может быть использован в системах поддержки принятия управленческих решений и позволяет определить значения величин для достижения заданного результата на основе данных за предыдущие периоды.

Ключевые слова: обратная задача, обратные вычисления, статистические данные, функция регрессии, экономический анализ.

JEL: C58, C38.

Под решением обратных задач с помощью обратных вычислений понимают вычисление приростов аргументов прямой функции с использованием информации о ее новой величине, исходных значений аргументов, а также дополнительных сведений, в качестве которых, в частности, могут выступать коэффициенты относительной важности и направление изменения аргументов [Одинцов, 2004; Дик, 2001]. Значения коэффициентов относительной важности устанавливаются в зависимости от степени влияния аргументов на результирующий показатель для достижения его заданного уровня. Так, аргумент, для которого коэффициент относительной важности выше, будет играть более значительную роль в формировании прироста результирующего показателя. При этом в сумме коэффициенты должны составлять единицу. На рисунке 1 представлен простой пример обратной задачи. Знак «+» означает положительное направление изменения аргумента. В случае если результирующий показатель должен быть равен 20 (т.е. исходное значение увеличено на 5), изменения аргументов корректируются согласно величинам коэффициентов относительной важности: 0,7 × 5 = 3,5; 0,3 × 5 = 1,5. Следовательно, $x^1 = 5 + 3{,}5 = 8{,}5$; $x^2 = 10 + 1{,}5 = 11{,}5$. В рассмотренном примере модель имеет аддитивную форму, данный механизм также может быть использован и для решения задач с использованием других зависимостей (мультипликативных, смешанных и т.д.), например, определение изменения прибыли и затрат для увеличения рентабельности организации на Δy %.

Рисунок 1. Пример обратной задачи



В общем виде решение задачи сводится к решению системы уравнений:

$$\begin{cases} y \pm \Delta y = f(x^1 \pm \Delta x^1(\alpha), x^2 \pm \Delta x^2(\beta)); \\ \dfrac{\Delta x^1}{\Delta x^2} = \dfrac{\alpha}{\beta}; \\ \alpha + \beta = 1, \end{cases} \qquad (1)$$

где Δx^1, Δx^2 – приращение аргументов; α, β – коэффициенты относительной важности приращений Δx^1, Δx^2 соответственно; $y, \Delta y$ – исходное значение и приращение результирующей функции.

В случае если количество аргументов больше двух, то используется свертка критериев, в которой выполняется разбиение общей задачи на подзадачи, где число аргументов равно двум.

Аппарат обратных вычислений был разработан 20 лет назад и нашел применение в социально-экономических исследованиях, что говорит об его актуальности и востребованности. В работах [Бармина, Квятковская, 2010; Виштак, Штырова, 2014; Марьянова, 2015] рассматривается построение интегрального показателя качества функционирования объекта (коммерческой организации, учреждения дополнительного образования), формирующегося за счет нескольких показателей более низкого уровня, каждый из которых в свою очередь также определяется величинами следующего уровня (модель имеет аддитивную форму). Механизм обратных вычислений позволяет ответить на вопрос, какие меры необходимо предпринять, чтобы повысить качество работы объекта на Δy %.

На основе обратных вычислений был разработан модифицированный метод обратных вычислений [Грибанова, 2016], который подразумевает построение уравнения связи между аргументами вида $y = ax + b$ и его подстановку в исходную функцию. Преимуществом такого подхода является отсутствие необходимости указания направления изменения каждого аргумента, требуется лишь указание вида связи аргументов: прямой (оба аргумента изменяются в одном направлении: увеличиваются или уменьшаются) или обратный (аргументы изменяются в разных направлениях, т.е. если один увеличивается, то другой уменьшается). Это позволяет избежать необходимости выполнять проверку корректности указанных направлений изменения аргументов.

В экономике также встречаются задачи, в которых величины могут принимать значения только из указанной допустимой области, что вызвано в том числе конечностью имеющихся ресурсов. В этом случае полученное с помощью обратных вычислений решение может не удовлетворять существующим ограничениям. В работах [Одинцов, Романов, 2014] рассматривается итерационная процедура, предусматривающая применение обратных вычислений для каждого малого изменения результирующего показателя. В случае если значение аргумента выходит за установленные границы, его величина приравнивается граничному значению, и таким образом реализуется взаимозаменяемость ресурсов. В статье [Грибанова, 2016] описано решение задач с ограничениями с помощью модифицированного метода обратных вычислений. Также данная задача может быть решена с помощью метода Монте-Карло путем моделирования случайных величин аргументов из области допустимых значений и выбора варианта с наилучшим значением результирующей функции. Решение задачи можно получить также путем последовательного изменения аргументов на некоторое малое значение, при этом на каждой итерации изменяемый аргумент выбирается случайным образом исходя из установленной вероятности. В случае отсутствия возможности дальнейшего изменения аргумента из-за существующих ограничений вероятность его выбора становится равной нулю. Среди недостатков использования случайных величин можно отметить необходимость выполнения большого числа итераций, а также погрешность полученного решение, т.е. в разных реализациях результат будет отличаться. К преимуществам данного метода можно отнести простоту реализации и гибкость.

Данная работа посвящена решению обратной задачи на основе статистических данных. В отличие от классического механизма обратных вычислений, где приросты аргументов вычисляются на основе коэффициентов относительной важности, определяемых человеком, выполняющим решение задачи, в статье рассмотрен случай, когда величины аргументов вычисляются на основе статистики за предыдущие периоды. Для этого используется уравнение регрессионной связи между значениями аргументов и результирующим показателем. На основе полученных с его помощью величин аргументов происходит дальнейшая корректировка решения с помощью обратных вычислений. Рассмотрим более подробно метод решения задачи.

Метод решения задачи

Пусть даны значения аргументов x^1 и x^2, функции $f(x)$ за n промежутков времени: x_i^1, x_i^2, $i=1,..,n$. Необходимо определить величины аргументов x_{n+1}^1, x_{n+1}^2, обеспечивающие заданное значение функции $f(x)=f^*$.

Метод решения данной задачи можно разбить на два этапа: определение аргументов с помощью регрессионной функции и решение обратной задачи.

Этап *1*. Построение регрессионных функций зависимости аргументов от результирующего показателя:

$$\hat{x}^1 = g^1(f(x))$$
$$\hat{x}^2 = g^2(f(x)).$$

Регрессионная функция описывает изменение условного среднего значения результирующей переменной в зависимости от изменения объясняющих переменных. Таким образом, построив функцию зависимости можно определить значение аргумента для достижения заданной величины результирующего показателя. Вид зависимости может быть, как линейный, так и нелинейный: из возможных вариантов выбирается тот, при котором функция наилучшим образом описывает имеющиеся данные. Самой простой является линейная зависимость, в случае ее использования формулы расчета аргументов будут иметь вид:

$$\hat{x}^1 = \theta_0^1 + \theta_1^1 \cdot f(x)$$
$$\hat{x}^2 = \theta_0^2 + \theta_1^2 \cdot f(x),$$

где θ – неизвестные параметры регрессии.

Оптимизационная задача определения неизвестных параметров имеет вид:

$$Q(\theta) = \sum_{j=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}(x_i^j - \hat{x}_i^j)^2 \to \min. \qquad (2)$$

Решение данной задачи может быть выполнено с использованием классических оптимизационных методов, которые можно разделить на прямые (Хука-Дживса, симплексный, Гаусса и др.) и градиентные (Ньютона, Коши, Флэтчера-Ривза и др.) [Мицель, Шелестов, 2004]. Градиентные методы предполагают вычисление частных производных функции. Методы прямого поиска не требуют вычисления градиента, и являются более простыми в реализации, однако, как правило, возникает необходимость выполнения большого числа итераций для нахождения решения.

В случае линейной модели оценка параметров функции может быть выполнена с помощью метода наименьших квадратов:

$$\theta = \left(Y^T Y\right)^{-1} Y^T X,$$

где Y – матрица исходных значений $f(x)$, первый столбец которой состоит из единиц;
X – вектор значений аргумента x_i^j.

В результате решения этой задачи будут найдены значения неизвестных параметров $\theta_0^1, \theta_1^1, \theta_0^2, \theta_1^2$. Путем подстановки искомого значения функции в уравнения зависимости, получим величины аргументов:

$$\hat{x}^{p1} = \theta_0^1 + \theta_1^1 \cdot f^*$$
$$\hat{x}^{p2} = \theta_0^2 + \theta_1^2 \cdot f^*. \qquad (3)$$

Значение функции для вычисленных значений аргументов будет равно: $f_p = f(\hat{x}^p)$.

Если условие $f(\hat{x}^p) = f^*$ не выполняется, то необходимо скорректировать значения аргументов, и осуществляется переход ко второму этапу.

Этап 2. Решение обратной задачи определения аргументов. Вычисленные на первом этапе величины $\hat{x}^p$ теперь рассматриваются как исходные значения аргументов. Необходимо вычислить их приросты, чтобы результирующий показатель был равен f^*. Достижение поставленной цели возможно двумя способами [Грибанова, 2016], один из которых обеспечивает получение решение за счет наименьшего суммарного изменения аргументов. Так, например, для задачи на рисунке 1 искомый результат можно получить, увеличив значения аргументов x^1 и x^2, а также увеличив значение аргумента x^1 (с наибольшим значением коэффициента относительной важности) при уменьшении значения аргумента x^2 (с наименьшим значением коэффициента относительной важности). Первый способ позволяет получить решение при минимальном суммарном изменении аргументов. Такой вариант нужно использовать для решения данной задачи.

Для того чтобы определить, какой способ обеспечит минимальное суммарное изменение значений аргументов, вычислим значение градиента $\nabla f(\hat{x}^p)$ в полученной точке. Градиент – это вектор частных производных, который показывает направление наибольшего возрастания значения функции. Знаки полученных величин позволяют судить о необходимом направлении изменения аргументов. В случае противоположных знаков можно говорить об обратной зависимости между аргументами, а если оба знака одинаковы, то зависимость прямая.

Абсолютные значения вектора градиента также позволяют судить о том, в какой степени должны быть изменены значения аргументов. Поэтому значения коэффициентов относительной важности могут быть вычислены следующим образом:

$$\alpha = \frac{\left|\nabla f(\hat{x}^p)_1\right|}{\left|\nabla f(\hat{x}^p)_1\right| + \left|\nabla f(\hat{x}^p)_2\right|};$$

$$\beta = \frac{\left|\nabla f(\hat{x}^p)_2\right|}{\left|\nabla f(\hat{x}^p)_1\right| + \left|\nabla f(\hat{x}^p)_2\right|} = 1 - \alpha . \qquad (4)$$

Теперь имеется вся необходимая информация для того, чтобы решить задачу методом обратных вычислений (либо модифицированным методом обратных вычислений): функция преобразования аргументов *f(x)*, начальные значения аргументов $\hat{x}^{p1}, \hat{x}^{p2}$, необходимое значение результирующего показателя f^*, направление изменения аргументов (определяемое знаком градиента в точке $\hat{x}^p$) и коэффициенты относительной важности α, β.

Рассмотренная задача представляет собой задачу нелинейного программирования следующего вида ($f(x)$ – выпуклая функция):

$$\begin{cases} f(x) \to \min \\ h(x) = 0 \end{cases}, \qquad (5)$$

где $f(x)$ – целевая функция; $h(x)$ – ограничение.

Оптимизационные задачи вида (5) встречаются в экономике при определении параметров регрессии с ограничениями, а также выборе политики инвестирования денежных средств, формировании оптимального портфеля.

Решение подобных задач может быть найдено с помощью методов множителей Лагранжа [Мицель, Шелестов, 2004], проектирования градиента, Зотейденка, Вулфа и т.д. Также широко применяется метод штрафов, который позволяет перейти от задачи с ограничениями к задаче без ограничений с помощью штрафной функции, значительно увеличивающейся в случае нарушения условия. Также существуют подходы к решению подобных задач, модифицирующие [Hosobe, 2015] либо объединяющие алгоритмические аспекты метода штрафов и методов множителей Лагранжа, метода штрафов и генетических алгоритмов [Смольянинов, 2008] и т.д. Предложенный подход к решению задачи является более простым по сравнению с классическими методами: отсутствует необходимость многократного выполнения итераций (как в методе штрафов), формирования уравнения для выражения аргументов относительно множителя Лагранжа.

Рассмотрим пример реализации метода. В таблице 1 представлены значения аргументов функции $f(x) = x^1 \cdot x^2$ (x^1 – цена, x^2 – количество, $f(x)$ – выручка) за три периода. Необходимо определить значения аргументов, обеспечивающие величину выручки, равную 45.

Таблица 1. Исходные данные задачи

№ периода	1	2	3
x^1	4	2	5
x^2	5	7	8
f(x)	20	14	40

Воспользуемся линейной моделью регрессии, тогда задача оптимизации (2) примет вид:

$$Q(\theta) = \left(4 - \theta_0^1 - \theta_1^1 \cdot 20\right)^2 + \left(2 - \theta_0^1 - \theta_1^1 \cdot 14\right)^2 + \left(5 - \theta_0^1 - \theta_1^1 \cdot 40\right)^2 + \left(5 - \theta_0^2 - \theta_1^2 \cdot 20\right)^2 +$$

$$+ \left(7 - \theta_0^2 - \theta_1^2 \cdot 14\right)^2 + \left(8 - \theta_0^2 - \theta_1^2 \cdot 40\right)^2 \to \min$$

Полученное решение: $\theta_0^1 = 1,227; \theta_1^1 = 0,099; \theta_0^2 = 5,025; \theta_1^2 = 0,067$.
Следовательно, величины аргументов и значение функции равны (3):

$$\hat{x}^{p1} = \theta_0^1 + \theta_1^1 \cdot f^* = 1,227 + 0,099 \cdot 45 = 5,678 ,$$

$$\hat{x}^{p2} = \theta_0^2 + \theta_1^2 \cdot f^* = 5,025 + 0,067 \cdot 45 = 8,02 ,$$

$$f_p = f(\hat{x}^p) = 5,678 \cdot 8,02 = 45,537 .$$

Полученная величина отличается от установленного f^*, поэтому необходимо дополнительно решить обратную задачу. Значение градиента функции *f*(*x*) в точке $\hat{x}^p$:

$$\nabla f(x) = \begin{pmatrix} x^2 \\ x^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8,02 \\ 5,678 \end{pmatrix}.$$

Положительные значения говорят о необходимости уменьшения аргументов для уменьшения значения функции. Величины коэффициентов относительной важности равны (4):

$$\alpha = \frac{8,02}{8,02 + 5,678} = 0,585 ,$$

$$\beta = 1 - \alpha = 0,415 .$$

Обратная задача (1) имеет вид:

$$\begin{cases} \left(\hat{x}^{p1} - \Delta x^1\right)\left(\hat{x}^{p2} - \Delta x^2\right) = 45 , \\ \dfrac{\Delta x^1}{\Delta x^2} = \dfrac{\alpha}{\beta} . \end{cases}$$

Решением системы будут значения приростов:

$$\Delta x^1 = 0,045 ,$$

$$\Delta x^2 = 0,032 .$$

Следовательно, искомые величины аргументов равны:

$$\hat{x}^{*1} = 5,678 - 0,045 = 5,633 ,$$

$$\hat{x}^{*2} = 8,02 - 0,032 = 7,988 .$$

Их произведение составляет $5,633 \cdot 7,988 = 45$, что соответствует заданному f^*.

Для того чтобы не допустить выхода скорректированных значений аргументов за границы доверительного интервала, метод может быть модифицирован следующим образом:

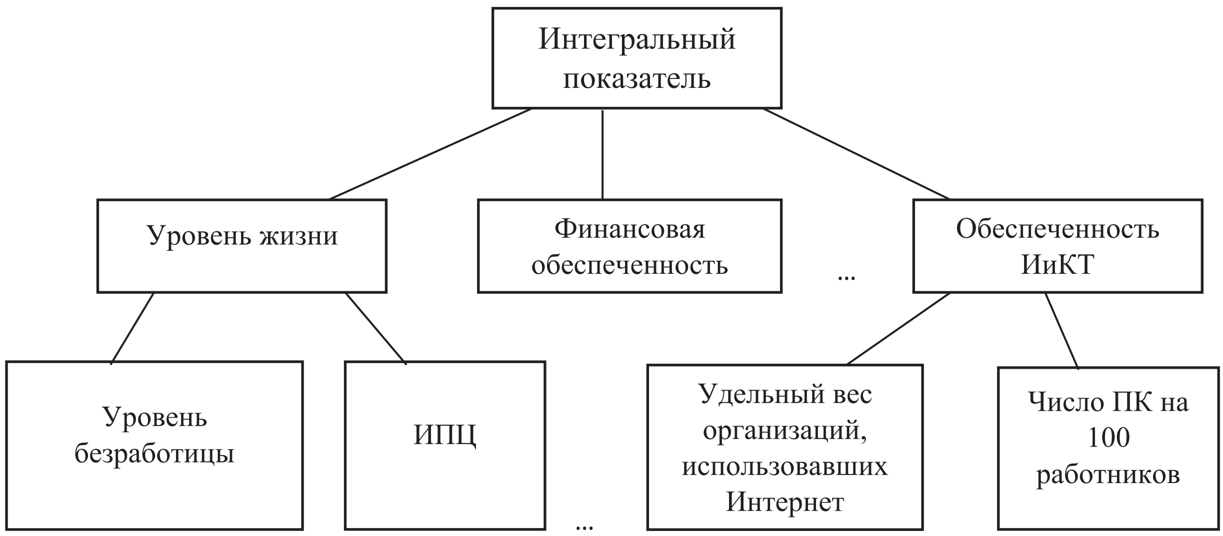
1. На этапе 1 кроме точечных оценок вычислить интервальные оценки аргументов.
2. На этапе 2 использовать метод обратных вычислений для задач с ограничениями [Одинцов, Романов, 2014; Грибанова, 2016], при этом полученная на первом этапе точечная оценка принимается в качестве начального решения.

Моделирование рейтинга Республики Тыва

Рассмотренный метод был использован для решения задачи моделирования рейтинга республики Тыва. Интегральная характеристика социально-экономической деятельности региона сформирована на основе восьми групп показателей (рис. 2): уровень жизни, финансовая обеспеченность, эффективность сельскохозяйственного производства, эффективность строительства, обеспеченность трудовыми ресурсами, состояние системы здравоохранения, обеспеченность объектами образования, обеспеченность информационными и коммуникационными технологиями (ИиКТ). Группы также формируются из показателей более низкого уровня (всего 48 показателей). Для автоматизации расчета интегральной характеристики и хранения данных была реализована программа, описание которой представлено в работе [Грибанова, Алимханова, Тугар-оол, 2016]. Нормирование показателей выполнялось с помощью метода эталонного значения, который подразумевает деление значения показателя на максимальное либо деление минимального значения на величину показателя (в зависимости от того, какое значение является наилучшим: минимальное или максимальное). Таким образом, значения всех показателей изменяется в пределах от 0 до 1. Расчет рейтинговой оценки был выполнен без использования коэффициентов относительной важности.

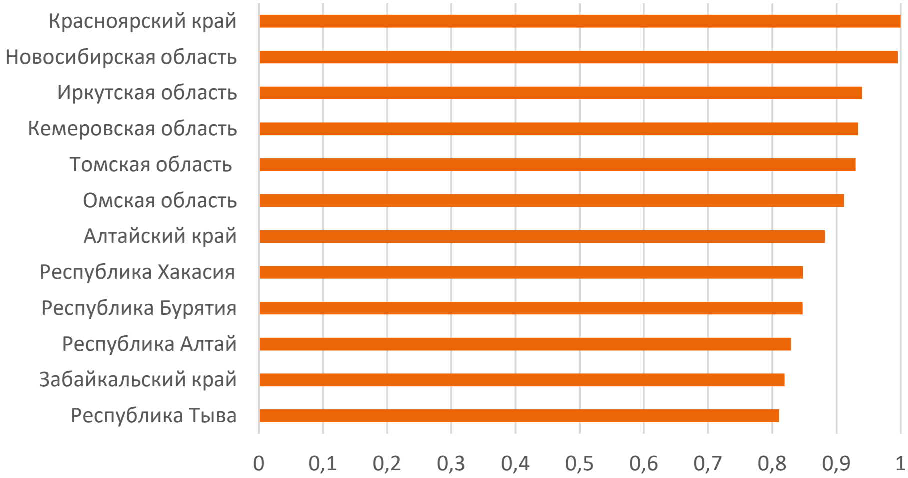
Сравнивая данный регион с другими субъектами Сибирского федерального округа, можно отметить, что по значению интегрального показателя Республика Тыва находится на последнем месте (рис. 3). Регион отстает по таким группам показателей, как уровень жизни (низкое значение величин среднедушевых доходов и ожидаемой продолжительности жизни, высокий уровень безработицы и т.д.), обеспеченность трудовыми ресурсами (в частности, регион уступает другим субъектам по таким показателям, как население в трудоспособном возрасте и выпуск специалистов), обеспеченность объектами образования. Однако по показателям группы системы здравоохранения Республика Тыва находится на первом месте, что связано с низкой заболеваемостью в регионе, а также его обеспеченностью медицинскими учреждениями и медицинскими работниками.

Рисунок 2. Формирование интегрального показателя



Значения интегрального показателя было рассчитано как для сравнения региона с другими субъектами, так и для оценки динамики его развития. Нормированные значения исходных данных (групп показателей), на основе которых осуществляется расчет интегральной характеристики в этом случае, приведены в таблице 2. Максимальное значение интегрального показателя, равное 8, будет получено в случае равенства всех индикаторов единице. Это будет означать, что в данном периоде получены наилучшие значения интегральных характеристик групп показателей за весь рассматриваемый промежуток времени. Можно отметить рост таких показателей, как сельскохозяйственное производство, строительство, обеспеченность ИиКТ. Прирост интегрального показателя за последние два года составил 2,8%. Рассмотрим обратную задачу: определение значений показателей, обеспечивающих и в дальнейшем прирост интегральной характеристики на 2,8%. В этом случае ее значение должно получиться равным 7,99543.

Рисунок 3. Рейтинг регионов Сибирского федерального округа в 2015 г.



В последнем столбце таблицы 2 представлено решение обратной задачи. Таким образом, при существующих трендах улучшение интегральной характеристики может быть выполнено главным образом за счет увеличения значений показателей следующих групп: сельскохозяйственное производство, строительство и обеспеченность ИиКТ. Динамика их изменения в предыдущие моменты времени позволяет судить о достижимости полученных результатов.

Для того чтобы определить необходимые абсолютные значения показателей групп, выполняется решение обратной задачи с заданным значением интегральной характеристики группы. После этого осуществляется обратный переход от нормированных значений к величинам в исходных единицах измерения.

Таблица 2. Данные задачи

Название группы	Год						Решение
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	
Уровень жизни	0,96463	1	0,98871	0,98463	0,96862	0,96081	0,96229
Финансовая обеспеченность	0,88853	0,89345	0,95922	0,94290	1	0,93584	0,99124
Сельскохозяйственное производство	0,82147	0,90380	0,90982	0,95854	0,9867	1	1,05614
Строительство	0,56155	0,46187	0,55568	0,74890	0,86622	1	1,10594
Обеспеченность трудовыми ресурсами	0,98254	1	0,97726	0,91082	0,89846	0,92669	0,8775
Система здравоохранения	1	0,98829	0,99534	0,98540	0,96622	0,97062	0,95963
Обеспеченность объектами образования	0,99637	1	0,98479	0,96717	0,98727	0,98369	0,97444
Обеспеченность ИиКТ	0,65174	0,73424	0,74575	0,85853	0,89239	1	1,06825
f(x)	6,86684	6,98164	7,11659	7,35689	7,56588	7,77765	7,99543

Заключение

В статье рассмотрено решение обратных задач методом обратных вычислений с использованием статистических данных. Предложенный метод основан на использовании регрессионной функции, понятии градиента и механизме обратных вычислений. Его реализация включает два этапа: построение уравнения зависимости каждого аргумента от выходной величины (для этого решается задача оценки параметров функции регрессии) и определение с его помощью значений аргументов; корректировка полученных аргументов методом обратных вычислений. При этом для определения направления изменения аргументов и расчета коэффициентов относительной важности используются знаки и абсолютные значения элементов градиента.

Данный подход может быть использован при формировании управленческих решений и позволяет определить значения величин для достижения заданного результата на основе данных за предыдущие периоды. В статье представлен пример применения данного метода для решения задачи моделирования рейтинга Республики Тыва. Также данный метод может быть использован для решения других нелинейных задач с ограничением.

Список литературы

Бармина Е.А., Квятковская И.Ю. (2010) Мониторинг качества коммерческой организации. Структурирование показателей. Применение когнитивных карт // Вестник Астраханского государственного технического университета. № 2. С. 15–20.

Виштак О.В., Штырова И.А. (2014) Использование технологии обратных вычислений при мониторинге качества дополнительного образования в вузе // Вестник Астраханского государственного технического университета. № 2. С. 67–73.

Грибанова Е.Б. (2016) Методы решения обратных задач экономического анализа // Корпоративные финансы. № 1. С. 119–130.

Грибанова Е.Б. (2016) Решение обратных задач экономики с помощью модифицированного метода обратных вычислений // Проблемы управления. № 5. С. 35–40.

Дик В.В. (2001) Методология формирования решений в экономических системах и инструментальные среды их поддержки. М.: Финансы и статистика.

Мартьянова А.В. (2015) Управление эффективностью банка на базе обратных вычислений // Вестник магистратуры. № 6. С. 77–79.

Мицель А.А., Шелестов А.А. (2004) Методы оптимизации. Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та систем управления и радиоэлектроники.

Одинцов Б.Е. (2004) Обратные вычисления в формировании экономических решений. М.: Финансы и статистика.

Одинцов Б.Е., Романов А.Н. (2014) Итерационный метод оптимизации управления предприятиями средствами обратных вычислений // Вестник Финансового университета. № 2. С. 60–73.

Одинцов Б.Е., Романов А.Н. (2014) Проблемы создания информационных систем управления эффективностью бизнеса // Вестник Финансового университета. № 6. С. 22–36.

Смольянинов А.В. (2008) Условная оптимизации в нелинейном программировании с помощью генетических алгоритмов // Вестник Кузбасского государственного технического университета. № 5. С. 37–39.

Hosobe H. (2015) A hierarchical method for solving soft nonlinear constraints // Procedia Computer Science. No. 62. P. 378–384.

References

Barmina E.A., Kvjatkovskaja I.Ju. (2010) Monitoring kachestva kommercheskoj organizacii. Strukturirovanie pokazatelej. Primenenie kognitivnyh kart [Quality monitoring of a commercial organization. The structuring of indicators. Application of cognitive maps]. *Vestnik of Astrakhan state technical University*, no. 2, pp. 15–20. (In Russ.)

Dik V.V. (2001) *Metodologija formirovanija reshenij v jekonomicheskih sistemah i instrumental'nye sredy ih podderzhki* [The methodology of making decisions in the economic system and tools that support them]. Moscow, Finansy i statistika. (In Russ.)

Gribanova E.B. (2016) Metody reshenija obratnyh zadach jekonomicheskogo analiza [Methods for solving inverse problems of economic analysis]. *Journal of Corporate Finance research*, no. 1, pp. 119–130. (In Russ.)

Gribanova E.B. (2016) Reshenie obratnyh zadach jekonomiki s pomoshh'ju modificirovannogo metoda obratnyh vychislenij [The solution of inverse problems of the economy using the modified method of inverse calculation]. *Problemy upravlenija*, no. 5, pp. 35–40. (In Russ.)

Gribanova E.B., Alimhanova A.N., Tugar-ool P.Je. (2016) Informacionnaja sistema rejtingovoj ocenki ob#ektov jekonomiki [The information system of economic entities rating]. *Proceedings of TUSUR University*, no. 2, pp. 51–55. (In Russ.)

Mart'janova A.V. (2015) Upravlenie jeffektivnost'ju banka na baze obratnyh vychislenij [The performance management of the bank using the inverse calculation]. *Bulletin of the graduate*, no. 6, pp. 77–79. (In Russ.)

Micel' A.A., Shelestov A.A. (2004) *Metody optimizacii* [Optimization methods]. Tomsk: TUSUR. (In Russ.)

Odincov B.E. (2004) *Obratnye vychislenija v formirovanii jekonomicheskih reshenij* [Inverse computations in shaping economic decisions]. Moscow, Finansy i statistika. (In Russ.)

Odintsov B.E., Romanov A.N. (2014) Problemy sozdaniya informatsionnykh sistem upravleniya effektivnost'yu biznesa [Problems of creation of information systems of business performance management]. *The Bulletin of the Financial University,* no. 6. pp. 22–36. (In Russ.)

Odintsov B.E., Romanov A.N. (2014) Iteracionnyj metod optimizacii upravlenija predprijatijami sredstvami obratnyh vychislenij [An iterative method of optimization of enterprise management by means of inverse calcalations]. *The Bulletin of the Financial University*, no. 2, pp. 60–73. (In Russ.)

Smol'janinov A.V. (2008) Uslovnaja optimizacii v nelinejnom programmirovanii s pomoshh'ju geneticheskih algoritmov [The conditional optimization in nonlinear programming using genetic algorithms]. *Bulletin of the Kuzbass State Technical University*, no. 5, pp. 37–39. (In Russ.)

Vishtak O.V., Shtyrova I.A. (2014) Ispol'zovanie tehnologii obratnyh vychislenij pri monitoringe kachestva dopolnitel'nogo obrazovanija v VUZe [The use of technology of inverse calculations when monitoring the quality of additional education at the University]. *Vestnik of Astrakhan State Technical University*, no. 2, pp. 67–73. (In Russ.)

Hosobe H. (2015) A hierarchical method for solving soft nonlinear constraints. *Procedia Computer Science*, no. 62, pp. 378–384.