## Evaluating the Effectiveness of Pension Fund Management Companies Based on the DEA (Data Envelopment Analysis)

### Elena A. Fedorova,

doctor of economic sciences, professor, corporate finance and corporate governance department, Financial University under the Government of the Russian Federation: 49, Leningradski prospect, Moscow, GSP-3, Russian Federation, 125993; professor of the Department of Finance, the Higher School of Economics: 20, Myasnitskaya str., Moscow, Russian Federation, 101000 E-mail: ecolena@mail.ru

### Yuri A. Zelenkov,

doctor of technical sciences, National Research University Higher School of Economics: 20, Myasnitskaya str., Moscow, Russian Federation, 101000 E-mail: yuri.zelenkov@gmail.com

### Anastasiya A. Tkachenko,

leading specialist of budget control of OJSC "Renaissance credit": 14, Kozhevnicheskaya str., Moscow, Russian Federation, 115114 E-mail: anastasia270791@yandex.ru

### Fedor Yu. Fedorov,

specialist of data management department of RedSys LLC: 15, p. 43, Rochdelskaya str., Moscow, Russian Federation, 123022 E-mail: Project@RedSys.ru; fedorovfedor92@mail.ru

### **Abstract**

This paper features the non-parametric DEA method and its practical applications for the efficiency estimation of Russian pension fund management companies. The theoretical aspects of the five DEA models are studied, including the constant returns to scale model (CRS), the increasing, decreasing, and varying returns to scale (DRS, IRS and VRS), and the free disposal hull (FDH). A comparative analysis of the models features an example of 39 pension fund management companies from 2004 to 2016. Their efficiency has been estimated taking into account the management companies' specifications. The financial indicators responsible for the financial activity of the companies have been studied along with those of the pension fund portfolio management. The model under consideration is characterized by one input variable (the investment amount in the first quarter) and three output variables: net assets value (NVA), return on investment (quarterly), and the account balance of a credit organization. The external factors that impact the company performance in the sector have been the focus of the recent research, rather than the company efficiency estimation itself.

The returns and the risk of the company portfolio, as well as the net assets and the crisis indicators of the economy have been chosen as the qualitative criteria for estimating the efficiency of the companies.

The selected DEA algorithm modifications can be used for further investment and the management decision-making process.

**Keywords:** technical efficiency; DEA; modifications DEA; pension funds management companies. **JEL:** C02.

# Оценка эффективности компаний, управляющих пенсионными накоплениями, на основе метода DEA (Data Envelopment Analysis)

### Фёдорова Елена Анатольевна,

доктор экономических наук, профессор, департамент корпоративных финансов и корпоративного управления, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации: 125993, Российская Федерация, Москва, ГСП-3, Ленинградский просп., д. 49; профессор департамента финансов, НИУ ВШЭ: 101000, Российская Федерация, Москва, ул. Мясницкая, д. 20 E-mail: ecolena@mail.ru

### Зеленков Юрий Александрович,

доктор технических наук, НИУ ВШЭ: 101000, Российская Федерация, Москва, ул. Мясницкая, д. 20 E-mail: yuri.zelenkov@gmail.com

### Ткаченко Анастасия Андреевна,

ведущий специалист бюджетного контроля ОАО «Ренессанс-кредит»: 115114, Российская Федерация, Москва, ул. Кожевническая, д. 14 E-mail: anastasia270791@yandex.ru

### Фёдоров Фёдор Юрьевич,

специалист отдела управления данными OOO RedSys: 123022, Российская Федерация, Москва, ул. Рочдельская, д. 15, стр. 43 E-mail: Project@RedSys.ru; fedorovfedor92@mail.ru

### Аннотация

Цель исследования – рассмотреть непараметрический метод DEA и его практическое применение для оценки эффективности российских компаний, управляющих пенсионными накоплениями. В статье представлены теоретические аспекты пяти моделей DEA: модель с постоянной отдачей от масштаба (CRS); модель с убывающим, возрастающим и переменным эффектом от масштаба (DRS, IRS и VRS) и модель непроизводительного расходования ресурсов (FDH). Проведен сравнительный анализ этих моделей на примере оценки эффективности 39 компаний, управляющих пенсионными накоплениями, за период с I квартала 2004 г. по I квартал 2016 г. Учитывая специфику деятельности управляющих компаний, для оценки их эффективности в настоящем исследовании выбраны показатели, связанные как с финансовой деятельностью компании, так и с управлением пенсионным портфелем. Поэтому в рассматриваемом случае модель будет иметь один вход – объем инвестирования за квартал и три выхода: стоимость чистых активов (СЧА), доходы от инвестирования за квартал и денежные средства на счетах в кредитных организациях.

Сама по себе оценка эффективности компаний не всегда является целью, гораздо чаще исследователей интересуют внешние факторы, влияющие в целом на производительность компаний в отрасли. В роли критериев качества оценки эффективности в соответствии с различными моделями выбраны сочетание доходности и риска портфеля управляющей компании, стоимость ее чистых активов, а также индикаторы кризисного состояния экономики. Выбранные модификации DEA можно использовать в дальнейшем при принятии управленческих и инвестиционных решений.

**Ключевые слова:** эффективность; DEA; модификации модели DEA; компании, управляющие пенсионными накоплениями.

JEL: C02.

### Введение

Оценка эффективности деятельности компании является сегодня одной из самых актуальных проблем в корпоративном менеджменте. Для сравнительной оценки фирм часто используются количественные показатели их деятельности: рентабельность, выручку, производительность труда и т.д. Однако такой подход является ограниченным, так как подобные показатели строятся только на основе данных финансовой отчетности и базируются на небольшом количестве параметров. При этом не учитывается уровень конкуренции, ограничения по максимально достижимому уровню производительности и т.д.

Эти ограничения могут быть преодолены с помощью подходов, основанных на оценке эффективности некоторого множества компаний, рассматриваемых одновременно, через производственную функцию. Такие методы оценки эффективности разделяются на две группы: параметрические и непараметрические. Основной характеристикой параметрического подхода к оценке эффективности (и, возможно, его главным недостатком [Seiford, Thrall, 1990]) является гипотеза о явной форме производственной функции. Непараметрический подход, известный также как Data Envelopment Analysis (DEA), предложенный в [Charnes, Cooper, Rhodes, 1978], не требует явного задания этой функции. Эффективность фирмы оценивается относительно других фирм, действующих в аналогичных условиях. При этом решаются две задачи: 1) определение стандарта (максимально достигнутой производительности) на базе данных всего множества исследуемых фирм; и 2) оценка эффективности конкретной фирмы на основе этого стандарта.

В нашем исследовании рассматривается непараметрический метод DEA и его практическое применение для оценки эффективности российских компаний, управляющих пенсионными накоплениями. Модель DEA используется для оценки эффективности различных экономических субъектов: например, региональных банков [Ohsato, Takahashi, 2015], транспортных систем [Bray, Caggiani, Ottomanelli, 2015]. DEA также применяется для оценки рисков банкротства [Ампилогов, 2011] и исследования вкладов прямых иностранных инвестиций в техническую эффективность фирм [Ghali, Rezgui, 2011]; [Федорова, Коркмазова, Муратов, 2015], для оценки эффективности оборонной промышленности [Федорова, Ткаченко, Мазалов, Федоров, 2015]. Однако в данных исследованиях не обосновывается выбор конкретной модификации DEA. В настоящей работе мы предлагаем ряд критериев для выбора конкретной модели оценки эффективности компаний, управляющих пенсионными накоплениями.

Статья построена следующим образом: в теоретической части кратко описывается методология DEA и

ее модификации. В практической части исследуется техническая эффективность компаний, управляющих пенсионными накоплениями на основе различных моделей DEA.

### Теоретические аспекты DEA-анализа

### Методология DEA

Предположим, что имеется фирм, индексированных k=1,...,K. Фирма k использует ресурсы (входы)  $x_i^k$  для производства результата (выходов)  $y_j^k$  (  $x_i^k \ge 0$  ,  $y_j^k \ge 0$  , i=1,...,m , j=1,...,n), и как минимум один вход и один выход имеют положительные значения.

Результат (выходы), который может быть получен при различных комбинациях используемых ресурсов (входов), определяется производственной функцией  $F: \mathbf{x} \to \mathbf{y}$ , задающей технологию преобразования m входов  $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, ..., \mathbf{x}_m) \in \mathbb{R}_+^m$  в n выходов  $y = (y_1, ..., y_n) \in \mathbb{R}_+^n$ , где  $\mathbb{R}_+ = \{ \acute{a} \in \mathbb{R} | \acute{a} > 0 \}$  – множество реальных чисел, которые больше нуля. Если предположить, что производственная функция задает максимальную производительность, достижимую при имеющемся наборе ресурсов, то, зная эту функцию, можно попытаться определить, добивается ли конкретная фирма k, использующая входы  $\mathbf{x}^{k} = (x_{1}^{k}, \dots, x_{m}^{k})$  максимально возможного при этом значения выходов  $y^{k} = (y_{1}^{k}, ..., y_{n}^{k})$ , и таким образом оценить эффективность фирмы. Однако на практике вид производственной функции обычно неизвестен, имеются лишь эмпирические наблюдения значений входов и выходов, поэтому возникает задача оценки эффективности преобразования входы-выходы на основе наблюдаемых данных.

Зависимость выходов от входов для конкретной фирмы определяется ее производственными возможностями или технологией [Bogeloft, Otto, 2010]. Обозначим множество технологий через  $T = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}_+^m \times \mathbb{R}_+^n\right\}$ . Технология показывает, как входы могут быть превращены в выходы; могут ли входы быть замещены друг другом; как выходы зависят от входов; и могут ли выходы быть результатом совместного или единого процесса. Технология определяется социальными, техническими, физическими, химическими, биологическими и другими условиями, в которых происходит процесс производства. Очевидно, что сравнительный анализ эффективности возможен только для фирм, технологии которых принадлежат одному множеству T.

В общем случае полное множество T неизвестно, имеются лишь данные о нескольких фирмах, осуществляющих одну и ту же деятельность в одинако-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Термины «входы» (inputs) и «выходы» (outputs) предложены в статье [Charnes, Cooper and Rhodes, 1978] и с тех пор являются стандартными в литературе, посвященной DEA.

вых условиях. На основании имеющихся наблюдений необходимо оценить множество технологий этих фирм и построить его границу  $\partial(T)$ , определяющую максимальную достигнутую производительность. Граница  $\partial(T)$ включает множество недоминируемых комбинаций входов и выходов. В этом случае эффективность конкретной фирмы может рассматриваться как ее расстояние до границы  $\partial(T)$ . В DEA задача оценки множества технологий решается на основе npuнципа минимальной экстраполяции [Bogerlof, Otto, 2010]: строится  $T^*$  – наименьшее подмножество  $\mathbb{R}_{+}^{m} \times \mathbb{R}_{+}^{n}$ , содержащее данные  $(x^{k}, y^{k})$ ,  $k = 1, \dots, K$ , при этом налагаются следующие условия, определяющие вид модели.

- Предположение о непроизводительном расходовании ресурсов заключается в возможности свободно распоряжаться излишками входов и выходов. Фирма может произвести тот же объем выходов с большим объемом входов или использовать имеющиеся входы для получения меньшего объема выходов. Если (x,y) – реализуемая комбинация входов и выходов, то любая комбинация, осуществленная либо за счет увеличения входов, либо за счет уменьшения выходов, также реализуема:  $(x,y) \in T \land x \ge x \land y \le y \Rightarrow (x,y) \in T$ .
- Предположение о выпуклости: любая средневзвешенная (выпуклая) комбинация допустимых технологий также является возможной:  $(x,y) \in T \land (x',y') \in T \land \lambda \in [0,1] \Rightarrow (1-\lambda)(x,y) + \lambda(x',y') \in T$ .
- Предположение об эффекте масштаба: производство можно масштабировать с любым фактором масштабирования  $Z: (x, y) \in T \land Z \ge 0 \Rightarrow Z \bullet (x, y) \in T$ .

В условиях А1 – А3 минимальная экстраполяция множества определяется как:

$$T^* = \left\{ \left(x,y\right) \in \mathbb{R}_+^m \times \mathbb{R}_+^N \big| \exists \lambda \in \Lambda^K \colon \ x \geq \sum_{k=1}^K \lambda^k x^k, \ y \leq \sum_{k=1}^K \lambda^k y^k \right\}, \tag{1}$$
 Коэффициенты  $\lambda^k \in \Lambda^K$  определяют модель DEA (см. раздел 2.2).

На основании границы  $\partial(T^*)$  можно оценить эффективность фирмы. Наиболее распространенным подходом к измерению эффективности в случае со многими входами и выходами является подход, предложенный в работе [Farrell, 1957]. Идея состоит в том, чтобы оценить возможность сокращения входов, без изменения выходов. Согласно этому подходу, для фирмы с индексом 0, эффективность которой оценивается, можно записать:

$$E^{0} = E((\mathbf{x}^{0}, \mathbf{y}^{0}); T^{*}) = \inf \{ E \in \mathbb{R}_{+} | (\mathbf{E}\mathbf{x}^{0}, \mathbf{y}^{0}) \in T^{*} \}.$$
 (2)

Таким образом, E – это сокращение всех входов  $x^k$ , которое позволяет производить прежний объем  $y^k$ . Отсюда эффективность фирмы можно определить в результате решения задачи линейного программирования

$$\min_{\lambda^1,\ldots,\lambda^K,E} E$$

 $\min_{\lambda^1,...,\lambda^K,E} E$  с ограничениями

$$Ex_i^0 \ge \sum_{k=1}^K \lambda^k x_i^k; \ y_j^0 \le \sum_{k=1}^K \lambda^k x_j^k; \ i = 1, ..., m; \ j = 1, ..., n; \ \lambda \in \Lambda^K.$$
 (3)

Аналогично, если рассматривать F – максимальное увеличение выходов  $y^k$ , которое достижимо без увеличе-

$$F^{0} = F((x^{0}, y^{0}); T^{*}) = \sup\{F \in \mathbb{R}_{+} | (x^{0}, Fy^{0}) \in T^{*}\}$$
 (4)

можно сформулировать задачу определения эффективности:

$$\max_{\substack{\lambda^{1},...,\lambda^{K},F\\\Pi \text{ри}}} F$$
при
$$x_{i}^{0} \geq \sum_{k=1}^{K} \lambda^{k} x_{i}^{k}; F y_{j}^{0} \leq \sum_{k=1}^{K} \lambda^{k} x_{j}^{k}; i = 1,...,m; j = 1,...,n; \lambda \in \Lambda^{K}.$$
 (5)

### Модификации модели DEA

Как сказано выше, модификации, модели DEA отличаются предположениями, при которых определяется эмпирическая граница множества технологий  $\widehat{\sigma}(T^*)$ . В таблице 1 представлена информация о пяти моделях DEA: модель с постоянной отдачей от масштаба (CRS – Constant Return to Scale); модели с убывающим, возрастающим и переменным эффектом от масштаба (соответственно, DRS - Deceasing Return to Scale, IRS - Increasing Return to Scale и VRS – Variable Return to Scale) и модель непроизводительного расходования ресурсов (FDH – Free Disposability Hull).

**Таблица 1.** Модификации DEA

	Условия, опред	еляющие вид мо			
Модель	A1 Непроизводительное расходование ресурсов	А2 Выпуклость	А3 Эффект от масштаба	$^{\cdot \cdot}$ Множество параметров $\lambda \in \Lambda^{^K}$	
CRS	+	+	$Z \ge 0$	$\mathbf{\Lambda}^K = \left\{ \lambda \in \mathbb{R}_+^K \middle  \sum_{k=1}^K \lambda^k $ не ограничена $\right\}$	
DRS	+	+	Z ≤ 1	$\mathbf{\Lambda}^{K} = \left\{ \lambda \in \mathbb{R}_{+}^{K} \middle  \sum_{k=1}^{K} \lambda^{k} \le 1 \right\}$	
IRS	+	+	Z≥1	$\mathbf{\Lambda}^{K} = \left\{ \lambda \in \mathbb{R}_{+}^{K} \middle  \sum_{k=1}^{K} \lambda^{k} \ge 1 \right\}$	
VRS	+	+	Z = 1	$\mathbf{\Lambda}^{K} = \left\{ \lambda \in \mathbb{R}_{+}^{K} \middle  \sum_{k=1}^{K} \lambda^{k} = 1 \right\}$	
FDH	+		Z = 1	$\mathbf{\Lambda}^{K} = \left\{ \lambda \in \mathbb{R}_{+}^{K} \middle  \sum_{k=1}^{K} \lambda^{k} = 1 \right\}$	

Отметим, что множество  $\Lambda^K$  определяет количество исследуемых фирм, показатели которых будут формировать границу  $\partial \left(T^*\right)$ . Эта граница будет построена по наибольшему количеству фирм в модификации FDH и по наименьшему – в модификации CRS, другие модификации занимают промежуточное положение. Модель CRS позволяет вычислить эффективность преобразования входов в выходы без учета эффекта масштаба, ее часто называют технической эффективностью или эффективностью производственного процесса. Модель VRS учитывает масштаб, поэтому разность эффективностей по этим моделям  $E^{VRS} - E^{CRS}$  рассматривают как эффективность масштабирования. Модели IRS и DRS описывают локальные эффекты, которые могут наблюдаться в рамках модели VRS. Поэтому в дальнейшем при исследовании эффективности компаний, управляющих пенсионными накоплениями, ограничимся рассмотрением моделей CRS, VRS и FDH.

## Оценка эффективности компаний, управляющих пенсионными накоплениями

Инвестиционная политика компаний, управляющих пенсионными накоплениями, должна обеспечивать получение максимальной доходности при соблюдении условий высокой надежности и ликвидности активов. Перечень активов для инвестирования пенсионных накоплений регламентируется Федеральным законом от 24 июля 2002 г. №111-ФЗ «Об инвестировании средств для финансирования накопительной части трудовой пенсии в Российской Федерации», а также постановлением Правительства Российской Федерации от 30 июня 2003 г. № 379 «Об установлении дополнительных ограничений на инвестирование средств пенсионных накоплений в отдельные классы активов и определении максимальной доли отдельных классов активов в инвестиционном портфеле» в соответствии со статьями 26 и 28 Федерального закона №111-ФЗ и статьей 36.15 Федерального закона «О негосударственных пенсионных фондах». В более раннем исследовании авторов с помощью панельной регрессии были выявлены внешние факторы (курс валюты, фондовый индекс ММВБ, ставки межбанковского сектора по размещению кредитов) и внутренние факторы (сбалансированная стратегия управления инвестиционным портфелем, срок жизни этого портфеля и сезонность), влияющие на эффективность деятельности управляющих компаний.

Рассмотрим пример применения модели DEA для оценки эффективности компаний, управляющих пенсионными накоплениями (далее – УК). В качестве эмпирической базы исследования использованы ежеквартальные данные по  $39~\rm{YK^2}$  за период с I квартала  $2004~\rm{r}$ . по II квартал  $2016~\rm{r}$ .

Первый вопрос, который возникает при использовании DEA, – это вопрос о выборе входов и выходов для анализа. Чем их больше, тем больше фирм находится на границе  $\partial \left(T^*\right)$ , следовательно, метод теряет

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> http://www.pfrf.ru/grazdanam/pensions/pens\_nak/osnov\_sved\_invest

дискриминационную способность. В настоящее время разработаны эмпирические правила, задающие минимальное число исследуемых объектов в зависимости от числа входов и выводов. Эти правила задаются неравенствами  $K>3\left(m+n\right)$  и K>m\*n, т.е. количество исследуемых фирм должно в три раза превышать сумму количеств входов и выходов и число входов и выходов.

Учитывая специфику деятельности УК, для оценки их эффективности в настоящем исследовании выбраны по-казатели, связанные как с финансовой деятельностью компании, так и с управлением пенсионным портфелем. Поэтому в рассматриваемом случае модель будет иметь один вход – объем инвестирования за квартал и три выхода: стоимость чистых активов (СЧА), доходы от инвестирования за квартал и денежные средства на счетах в кредитных организациях.

После определения входов и выходов исследователь должен решить вопрос о выборе модификации модели. В таблице 2 приведены оценки средней эффективности по отрасли по различным модификациям модели (VRS, DRS, FDH) ориентированной на вход, для всех УК поквартально за последние три года, полученные с помощью пакета benchmarking [Bogerlof, Otto, 2010] в системе R. Наибольшую среднюю эффективность, равную 0,84, дает модификация FDH, наименьшую (0,45) – CRS.

Таблица 2. Средняя эффективность УК

Период	VRS	CRS	FDH
I кв. 2013 г.	0,43	0,36	0,72
II кв. 2013 г.	0,64	0,51	0,81
III кв. 2013 г.	0,63	0,49	0,85
IV кв. 2013 г.	0,51	0,43	0,90
I кв. 2014 г.	0,47	0,39	0,84
II кв. 2014 г.	0,56	0,55	0,85
III кв. 2014 г.	0,57	0,48	0,87
IV кв. 2014 г.	0,59	0,44	0,86
I кв. 2015 г.	0,51	0,40	0,80
II кв. 2015 г.	0,66	0,54	0,86
III кв. 2015 г.	0,65	0,53	0,87
IV кв. 2015 г.	0,52	0,35	0,90
I кв. 2016 г.	0,44	0,37	0,85
Среднее значение	0,55	0,45	0,84

Необходимо отметить, что сама по себе оценка эффективности компаний не всегда является целью, гораздо чаще исследователей интересуют внешние факторы, влияющие в целом на производительность компаний в отрасли, например, для выявления уровня конкурентоспособности какой-либо компании, оценки падения эффективности в результате общего кризиса и т.д. [Barrientos, Boussofiane, 2005] представили результаты двухэтапного анализа чилийских компаний, управляющих пенсионными фондами. На первом этапе была вычислена эффективность по DEA, на втором – исследованы детерминанты эффективности по рынку в целом. В исследовании [Babalos et al., 2012] оценивалось влияние возраста компании и стоимости активов на ее эффективность. Для этого была построена пробит-модель, задающая порог отсечения по значению эффективности. Очевидно, что для моделей FDH такой порог будет явно выше. Поэтому учет механизма формирования оценки эффективности в различных модификациях также является важным аспектом. Разброс эффективности (разница между наибольшим и наименьшим значением) по модификациям DEA (табл. 3) также различается.

Таблица 3. Разброс показателей эффективности по разным модификациям, %

Модификация	VRS	CRS	FDH
Разброс	51	61	68

Для выбора модификации DEA, наиболее соответствующей целям нашего исследования, мы будем опираться на

### следующие критерии:

- 1. Стандартная оценка эффективности УК на основе доходности и риска. Обычно компании с более высокой доходностью имеют более высокий риск и наоборот. В качестве критерия будем использовать ранжирование по комбинациям значений доходности и риска.
- 2. Оценка финансового состояния компании, в качестве критерия будет использоваться СЧА.
- 3. Оценка эффективности УК в зависимости от состояния финансового рынка, критерий индекс давления валютного рынка (EMPI), который вычисляется, как в работе [Федорова, Лукасевич, 2012]:

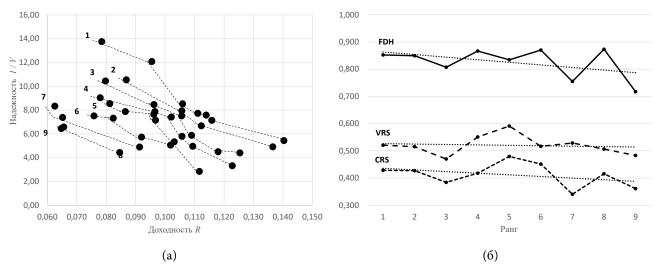
$$EMPI_{i,t} = \frac{\Delta e_{i,t}}{e_{i,t}} - \frac{\sigma_e}{\sigma_r} \frac{\Delta r_{i,t}}{r_{i,t}} + \frac{\sigma_e}{\sigma_{int}} \Delta i_{i,t}, \tag{6}$$

где  $\mathrm{EMPI}_{\mathrm{i},\mathrm{t}}$  – индекс давления валютного рынка для страны i в период t;  $e_{i,t}$  – курс обмена валюты страны i к валюте базовой страны за период времени в период t;  $\sigma_e$  – стандартное отклонение обменного курса  $\frac{\Delta e_{i,t}}{e_{i,t}}$ ;  $\mathbf{r}_{\mathrm{i},t}$  – иностранные международные резервы страны i в период t;

 $\sigma_{\rm r}$  стандартное отклонение изменения иностранных международных резервов  $\frac{\Delta r_{i,t}}{r_{i,t}}$ ,  $\Delta i_{i,t}$  – изменение номинальной процентной ставки

в стране i за период времени t;  $\sigma_i$  – стандартное отклонение величины изменения номинальной процентной ставки.

**Рисунок 1.** Ранжирование УК по доходности и надежности (а), средние значения эффективности для разных групп УК (б)



Рассмотрим ранжирование компаний по доходности и риску. Для этого используем среднюю доходность компаний за период с I квартала 2004 г. по I квартал 2016 г. В качестве меры риска возьмем стандартное отклонение доходности за этот же период. Очевидно, что управляющая компания k с доходностью  $R_k$  и риском  $\sigma_k$  является более предпочтительной для инвестирования, чем управляющая компания m с доходностью  $R_m$  и риском  $\sigma_m$ , если она обеспечивает большую доходность и меньший риск, т.е. одновременно выполняются условия  $R_k > R_m$  и  $\sigma_k < \sigma_m$ . Это отношение называется отношением доминирования и обозначается  $k \succ m$ . Если отношение доминирования между двумя компаниями отсутствует (т.е.  $R_k > R_m$  и  $\sigma_k > \sigma_m$  или  $R_k < R_m$  и  $\sigma_k < \sigma_m$ ), то невозможно сделать однозначный выбор между ними без привлечения дополнительных критериев. Таким образом, можно считать, что компании, отношение доминирования между которыми отсутствует, имеют одинаковый ранг. Множество компаний, соотвествующее i-му рангу, определяется рекурсивно как  $\forall k \in K_i : \neg \exists m \in K_i : k \prec m$ , где  $K_i = K \setminus K_{i-1}$ ; K — все множество рассматриваемых компаний;  $K_{i-1}$  — множество компаний, вошедших в группы более высокого ранга, т.е.  $1 \dots i-1$ . На рисунке 1а представлены девять групп компаний, выделенные в соответствии с описанной процедурой. Для простоты восприятия вместо риска  $\sigma$  на рисунке 1а используется величина  $1/\sigma$  (надежность). В этом случае доминирующая компания должна располагаться на графике выше и правее, чем второстепенная.

На рисунке 16 представлена средняя эффективность по выделенным девяти группам:

$$E_i^M = \frac{1}{n} \sum_{t} \frac{1}{|K_i|} \sum_{k \in K_i} E_{kt}^M , \qquad (7)$$

где:  $E_{kt}^{M}$  – эффективность компании k на множестве K по модели  $M = \{CRS, VRS, FDH\}$  в период времени t, n – количество периодов времени,  $E_{i}^{M}$  – средняя эффективность в группе i-го ранга по модели M.

Из рисунка 16 следует, что нет такой модели DEA, результаты которой полностью соответствовали бы ранжированию по риску и доходности. Однако модель FDH демонстрирует наиболее выраженный тренд к снижению эффективности по мере перехода к менее доходным и более рискованным группам компаний. Следовательно, среднее значение эффективности по модели FDH может быть использовано в качестве ориентира при выборе наиболее эффективных управляющих компаний.

Чтобы оценить учет внешних факторов в различных модификациях DEA, рассмотрим динамику изменений средней эффективности по всем моделям совместно с изменениями критериев СЧА, EMPI и доходности (рис.

2). Средняя эффективность  $E^M = \frac{1}{|K|} \sum_{k \in K} E^M_k$  множества K компаний по модели M может быть интерпретирована следующим образом.

Чем большее число компаний находится вблизи границы  $\partial(T^*)$ , тем выше значение  $E^M$ . Это соответствует ситуации, когда: все компании эффективно преобразуют входы в выходы; они действуют в условиях стабильного высококонкурентного рынка; отсутствуют внешние шоки; происходит трансфер технологий, знаний и лучших практик от лидеров к преследователям. В условиях нестабильного рынка и тем более кризисных ситуаций должно наблюдаться большее расслоение компаний по эффективности, что ведет к снижению значения  $E^M$ .

Отметим: снижение  $E^M$  возможно также в случае, когда менеджмент одной или нескольких компаний совершает ошибки, ведущие к потере эффективности.

На основе анализа рисунка 2 можно отметить следующее. Что касается СЧА, то на первый взгляд падение в 2013 г. отражают все рассматриваемые модели, однако СЧА растет начиная с III квартала 2004 г., этот аспект ни одна модификация не отражает.

Доходность во II квартале 2009 г. имеет наименьшее значение, что отражает модель FDH. Эта же модификация улавливает «всплеск» IV квартала 2009 г. Что касается кризиса, выраженного через EMPI (чем выше EMPI, тем сильнее кризис), то все модификации моделей в той или иной степени идентифицируют кризисы 2008 г. и 2013–2014 гг. Однако при этом имеется ряд артефактов, например, падение средней эффективности по моделям VRS и FDH во II квартале 2005 г. одновременно со снижением EMPI.

Рисунок 2. Изменение средней эффективности УК с 2004 по 2016 г.



Для того чтобы оценить учет внешних факторов в рассматриваемых моделях DEA, были построены пробит-

модели эффективности УК по всем модификациям от выбранных критериев. Результаты расчетов показали, что любую модификацию DEA можно использовать для оценки эффективности УК. Все модели «отражают» изменения СЧА, доходности и риска. Однако в данном случае предпочтительнее модель FDH, так как эта модификация улавливает еще и кризисное состояние финансового рынка, выраженного через EMPI.

Сравним эффективность по DEA с другими рейтингами управляющих компаний. Известные рейтинги УК обычно основаны на таких оценках, как доходность <sup>3</sup> или объем средств пенсионных накоплений граждан<sup>4</sup>. Чаще всего они строятся по одному году, но компания, которая показывает высокие результаты по доходности на момент составления рейтинга, может показать другие результаты в следующий период. В таблице 4 представлены компании с наибольшей эффективностью по модели FDH по данным на конец 2015 г. Там же приведены данные по средней доходности и риску (стандартному отклонению доходности) за 2015 г., рейтинг по этим показателям определен по процедуре, описанной выше. Кроме того, в таблице 4 представлен рейтинг УК по данным национального рейтингового агентства (HPA).

**Таблица 4.** Сравнение эффективности по модели FDH и других рейтингов

Наименование инвестиционного портфеля управляющей компании	Эффективность 2015 г. (FDH)	Средняя доходность за 2015 г., %	Риск за 2015 г.	Место в рейтинге по доходности и риску	СЧА (млрд руб.)	Место в рейтинге по СЧА	Рейтинг надежности управляющих компаний индивидуальный на 31.12 2015 (HPA)
АЛЬФА-КАПИТАЛ	1	22,8	0,032	2	1,029	12	AAA
ОТКРЫТИЕ УК	1	14,0	0,010	2	0,497	17	AAA
ВТБ КАПИТАЛ ПЕНСИОННЫЙ РЕЗЕРВ	1	19,1	0,024	3	7,227	3	AAA
ВЭБ УК (ГУК)	1	12,1	0,010	3	1989722	1	Нет информации
АК БАРС КАПИТАЛ	1	15,1	0,013	3	2,628	5	AA
БФА	1	14,5	0,014	4	1,340	9	Нет информации
РЕГИОН ТРАСТ (РН-ТРАСТ)	1	12,8	0,023	7	1,221	10	AAA
РФЦ-КАПИТАЛ	1	9,6	0,024	8	1,462	8	Нет информации
ПРОМСВЯЗЬ УК	1	8,2	0,028	9	0,242	23	Нет информации
МЕТАЛЛИНВЕСТТРАСТ	0,976	14,1	0,034	7	0,569	16	Нет информации
ВТБ КАПИТАЛ УПРАВЛЕНИЕ АКТИВАМИ	0,975	20,7	0,025	2	1,070	11	AAA
ПРОФЕССИОНАЛ	0,928	19,6	0,013	1	0,442	21	Нет информации
РЕГИОН ПОРТФЕЛЬНЫЕ ИНВЕСТИЦИИ	0,919	18,8	0,018	2	0,478	19	AAA

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Навигатор пенсионного рынка, сайт по выбору НПФ. URL: http://www.pensiamarket.ru/Ranking.aspx?rank=dohod&type=uk.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Инструменты инвестиций. URL: http://npf.investfunds.ru/ratings.

Можно отметить, что ранжирование по значению эффективности по FDH, а затем по доходности и риску почти точно совпадает с рейтингом национального агентства. При этом предложенный метод позволяет оценить те компании, которые не имеют действующего договора с HPA<sup>5</sup>.

### Заключение

В работе представлены теоретические аспекты пяти моделей DEA: модель с постоянной отдачей от масштаба (CRS); модель с убывающим, возрастающим и переменным эффектом от масштаба (DRS, IRS и VRS) и модель непроизводительного расходования ресурсов (FDH). Проведен сравнительный анализ модификаций DEA на примере оценки эффективности компаний, управляющих пенсионными накоплениями. С точки зрения комбинированной оценки доходности и риска предпочтительными являются модель FDH. В динамике все модели DEA отражают изменения СЧА и доходности, однако предпочтительной является также модель FDH, т.к. эта модификация учитывает ещё и внешние факторы финансового рынка, выраженные через EMPI.

Таким образом, можно сказать, что оценка эффективности УК по методу DEA соответствует общепринятым критериям качества и ее можно использовать в дальнейшем при принятии управленческих и инвестиционных решений.

### Список литературы

Ампилогов А.И. (2011) Оценка рисков банкротства предприятий-производителей нефтехимического оборудования // Сборник лучших выпускных работ. М.: НИУ «Высшая школа экономики». С. 5–29.

Федорова Е.А., Коркмазова Б.К., Муратов М.А. (2015) Оценка эффективности компаний с прямыми иностранными инвестициями: отраслевые особенности в Российской Федерации // Пространственная экономика. № 2. С. 47–63.

Федорова Е.А., Мазалов Е.С., Ткаченко А.А., Фёдоров Ф.Ю. (2015) Оценка технической эффективности компаний оборонно-промышленного комплекса // Корпоративные финансы. № 4, т. 36. С. 138–148

Федорова Е.А., Лукасевич И.Я. (2012) Индекс давления на валютный рынок (ЕМР): особенности развивающихся рынков // Журнал новой экономической ассоциации. № 2, т. 14. С. 51–66.

Babalos V. et al. (2012) Efficiency evaluation of Greek equity funds // Research in International Business and Finance. No. 26. P. 317–333.

Barrientos A., Boussofiane A. (2005) "How efficient are pension fund managers in Chile?" // Revista de Economia Contempo~a nea. P. 289–311.

Bogerlof P., Otto L. (2010) Benchmarking with DEA, SFA, and R. New York. Springer. – 368 p.

Bray S., Caggiani L., Ottomanelli M. (2015) Measuring transport systems efficiency under uncertainty by fuzzy sets theory based Data Envelopment Analysis: theoretical and practical comparison with traditional DEA model // Transportation Research Procedia. No. 5. P. 186–200.

Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E. (1978) Measuring the efficiency of decision making units // European Journal of Operational Research. No. 2. P. 429–444.

Farrell M.J. (1957) The Measurement of Productive Efficiency. Journal of the Royal Statistical Society. No. 120. P. 253–281.

Ghali S., Rezgui S. (2011) FDI Contribution to Technical Efficiency in The Tunisian Manufacturing Sector // International Economic Journal. No. 25. Iss. 2. P. 319–339.

Ohsato S., Takahashi M. (2015) Management Efficiency in Japanese Regional Banks: A Network DEA // Procedia – Social and Behavioral Sciences. No. 172. P. 511–518.

Seiford L.M., Thrall R.M. (1990) Recent developments in DEA: the mathematical programming approach to frontier analysis // Journal of econometrics. Vol. 46. No. 1. P. 7–38.

### References

Ampilogov A.I. (2011) Ocenka riskov bankrotstva predpriyatij proizvoditelej nefteximicheskogo oborudovaniya [The assessment of risk of bankruptcy of enterprises-manufacturers of petrochemical equipment]. A collection of the best graduate work. Moscow, HSE, pp. 5–29. (In Russ.)

Fedorova E.A., Korkmazova B.K., Muratov M.A. (2015) Ocenka effektivnosti kompanij s pryamymi inostrannymi investiciyami otraslevye osobennosti v Rossijskoj Federacii [Evaluation of companies with foreign direct investment: industry especially in the Russian Federation]. *Spatial Economics*, no. 2, pp. 47–63. (In Russ.)

Fedorova E.A., Mazalov E.S., Tkachenko A.A., Fedorov F. (2015) Ocenka texnicheskoj effektivnosti kompanij oboronno promyshlennogo kompleksa [Yu Evaluation of technical efficiency of enterprises of defense-industrial complex]. *Korporativnye finansy*, vol. 36, no. 4, pp. 138–148. (In Russ.)

Fedorova E.A, Lukasiewicz I.J. (2012) Indeks davleniya na valyutnyj rynok EMP osobennosti razvivayushhixsya rynkov [Index pressure on the currency market (EMP): especially in emerging markets]. *Journal of the New Economic Association*, vol. 14, no. 2, pp. 51–66. (In Russ.)

Babalos V. et al. (2012) Efficiency evaluation of Greek equity funds. *Research in International Business and Finance*, no. 26, pp. 317–333.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> http://www.ra-national.ru/ru/taxonomy/term/109?type=rating.

Barrientos A., Boussofiane A. (2005) "How efficient are pension fund managers in Chile?". Revista de Economia Contempo~a nea, pp. 289–311.

Bogerlof P., Otto L. (2010) *Benchmarking with DEA*, *SFA*, and R. New York. Springer – 368 p.

Bray S., Caggiani L., Ottomanelli M. (2015) Measuring transport systems efficiency under uncertainty by fuzzy sets theory based Data Envelopment Analysis: theoretical and practical comparison with traditional DEA model. *Transportation Research Procedia*, no. 5, pp. 186–200.

Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E. (1978) Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, no. 2, pp. 429–444.

Farrell M.J. (1957) The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, no. 120, pp. 253–281.

Ghali S., Rezgui S. (2011) FDI Contribution to Technical Efficiency in The Tunisian Manufacturing Sector. *International Economic Journal*, no. 25, iss. 2, pp. 319–339.

Ohsato S., Takahashi M. (2015) Management Efficiency in Japanese Regional Banks: A Network DEA. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, no. 172, pp. 511–518.

Seiford L.M., Thrall R.M. (1990) Recent developments in DEA: the mathematical programming approach to frontier analysis. *Journal of econometrics*, vol. 46, no. 1, pp. 7–38.