ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ МЕР ЭФФЕКТИВНОСТИ УЧАСТНИКАМИ ФИНАНСОВОГО РЫНКА

Шишкина Н.Е.[1], *Лапшин В.В.*[2]

Для оценки риска, определения эффективности существует огромное количество мер, но порой достаточно трудно определить, какая или какие из них могут быть наиболее полезны для конкретной задачи. Для этого необходимо понимать, какая существует взаимосвязь между мерами, какие у них общие достоинства и недостатки, какие сильные и слабые стороны имеет каждый показатель эффективности/риска.

В данной статье рассмотрены достоинства, недостатки, свойства и области применимости 40 мер эффективности и риска, предложен подход к классификации мер, построена схема взаимосвязи между ними (указано, какие из мер являются модификацией других мер, какие – частным случаем, а какие – используются при расчете другими показателями эффективности). Проанализировано, какие отрицательные последствия может иметь изменение мер, связанное с использованием асимметрии, эксцесса и/или моментов более высокого порядка. Исследовано, как модификация/обобщение меры влияет на ее достоинства и недостатки.

Проанализировано, к каким новым недостаткам, которые отсутствуют у основной меры, может приводить ее модификация, направленная на избавление родительской меры от некоторых недостатков. Рассмотрено, какие достоинства, которые есть у частных мер, могут терять обобщающие их показатели эффективности, имеющие более широкую область применимости. Предложен подход использования этих данных для достаточно быстрого принятия решения различными участниками финансового рынка (трейдерами, инвесторами и/или управляющими) о том, какую меру или комплекс мер следует использовать для решения необходимой задачи.

Ключевые слова: меры эффективности, классификация мер эффективности, достоинства и недостатки мер эффективности и риска, систематический риск, общий риск.

JEL: G11, G32

Проблемы использования мер эффективности (риска)

С одной стороны, измерение рисков кажется довольно простым занятием, с другой — обилие различных мер риска делают эту задачу не такой тривиальной, как может показаться на первый взгляд, а именно: не всегда просто определить, какую меру риска или какой комплекс мер выбрать, в каких случаях и в каких соотношениях их правильно использовать. Поэтому в данной статье нам бы хотелось как-то разграничить различные меры, с указанием их области применения, достоинств и недостатков для современных задач управления рисками.

Несмотря на порой очень значительные различия между мерами, все их объединяет использование ключевых статистических показателей, таких как вероятность наступления благоприятного или неблагоприятного события и/или дисперсия (стандартное отклонение).

Еще Маувр определил стандартное отклонение как меру риска (1730 год). А.Маршалл и А.Пигу в 1920–1930 гг. разработали неоклассическую теорию риска, которая предполагала, что в основе риска лежит величина колебаний ожидаемой прибыли. Все эти подходы к определению меры риска обладали одним ключевым недостатком: основываясь только на колебании, мы исключаем из рассмотрения вопрос о том, какая часть амплитуды приходится на левую часть кривой распределения денежного потока, а какая – на правую.

Вторая, не менее важная и часто используемая характеристика, – вероятность наступления неблагоприятного/благоприятного события – очень активно используется в стандартах COSO, ISO/IEC Guide. Результаты измерения рисков с помощью данного статистического показателя зависят от некоторых субъективных предпочтений (в том числе выбранного уровня доверительной вероятности, плановых бюджетных показателей компании, минимального приемлемого дохода инвестора и т.д.). Например, в стандарте ISO/Guide 73:2009 риск определяют как влияние неопределенности на цели, где под влиянием понимается отклонение от ожиданий

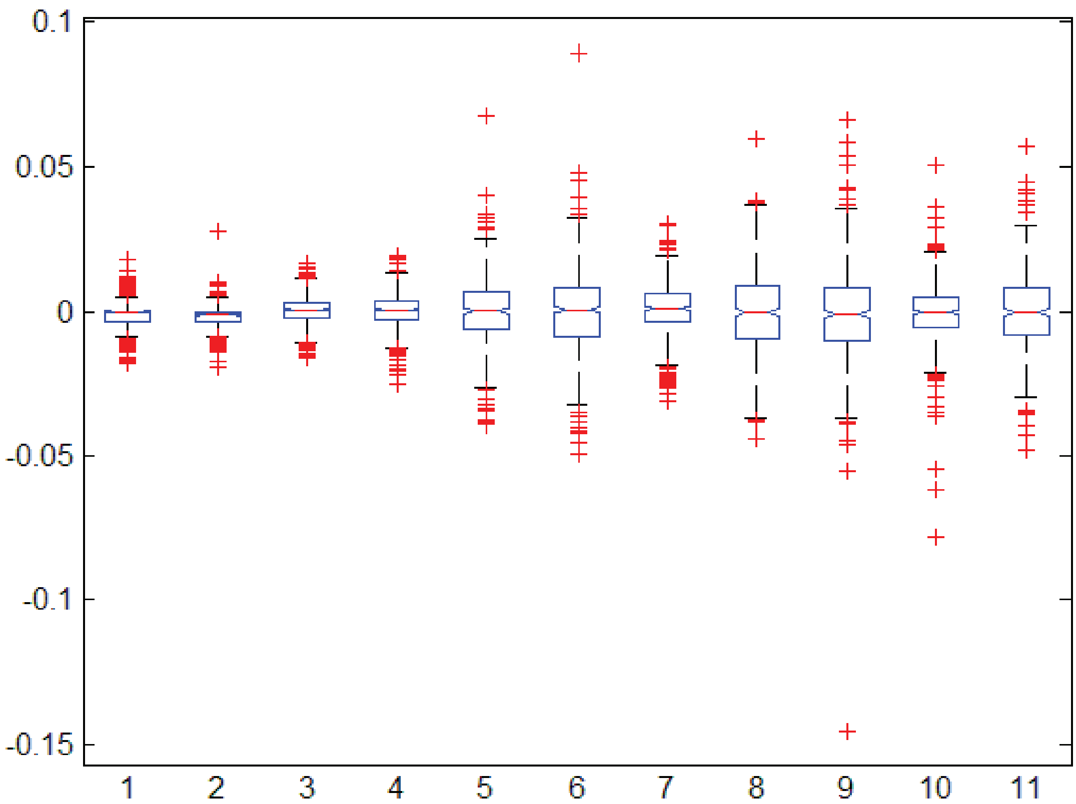
1. Аспирант РУДН

2. Аналитик Mail.Ru Group Limited

– положительное и/или отрицательное, а в свою очередь ожидание является субъективной сущностью.

Как показывает множество исследований, дисперсии (стандартного отклонения) и вероятности наступления неблагоприятного/благоприятного события может быть недостаточно для создания эффективных мер риска. Виной тому может быть, например, тот факт, что большинство риск-факторов на самом деле не распределены по гауссовскому закону распределения, что говорит о недостаточности для измерения риска обсуждаемых выше показателей.

Проанализируем, например, распределение изменений различных рыночных индикаторов за период 01.05.2012 – 30.04.2014. Как мы видим на рисунке 1. у всех рыночных переменных наблюдается огромное количество выбросов в данных.



1) Libor 3M; 2) Libor 6M; 3) EURRUB; 4) USDRUB; 5) ICE Brent Futures; 6) ICE WTI Futures; 7) NASDAQ; 8) Nickel; 9) Gazprom; 10) Gold; 11) Rosneft

Рисунок1. Распределение доходностей различных рыночных риск-факторов

Источник. Составлено авторами по данным Bloomberg за 30.04.2012 – 30.04.2014.

Желание учесть тяжелые хвосты и асимметричность в распределении активов со временем привело к появлению новых усовершенствованных мер риска, включающих такие показатели, как эксцесс и асимметрия.

Под риском можно понимать не только риск потерь, но и риск, связанный с неполучением планируемой прибыли, который, например, интересует управляющих паевыми фондами.

Конечно, в некоторых задачах (например, задачах хеджирования) важно уменьшить риски потерь до приемлемого уровня. Вероятность получения дополнительной прибыли в таких задачах несущественна. Для трейдеров и других участников финансового рынка целью же является получение прибыли. Использование различных, скорректированных на риск показателей доходностей для оценки их деятельности является необходимым. Поэтому меры риска расширены до мер эффективности управления, которые можно назвать более общим понятием по отношению к мерам риска. В дальнейшем под мерами эффективности будут подразумеваться не только меры эффективности, но и меры риска.

На финансовом рынке уже насчитывают около 100 мер эффективности. Не все из них популярны и нечасто используются на практике, но даже популярных мер насчитывается несколько десятков. Из такого множества мер порой нелегко достаточно быстро определить, какие из них использовать для решения конкретной необходимой задачи. Мы попробуем классифицировать эти меры таким образом, чтобы можно было достаточно быстро выбрать наиболее подходящие с учетом допустимых для задачи недостатков и необходимых достоинств. Исходя из вышеописанных проблем, связанных с неиспользованием моментов более высокого порядка, чем второй, в дальнейшем мы всегда будем считать неучитывание этих моментов в какой-либо мере недостатком меры. Каждый может решить сам, является ли этот недостаток важным для той или иной задачи.

Систематизация мер риска и эффективности

Представим все важные, на наш взгляд, данные о мерах в виде схемы, показывающей основные меры, их модификации и обобщающие меры (рис. 2), и таблиц с достоинствами и недостатками мер (табл. 1, 2, 3а, 3b). Таблицы и схема дополняют друг друга и сделаны в одной цветовой гамме, с одними и теми же обозначениями, и подразумевают совместное использование.

На рисунке 2 и в таблицах 1, 2, 3а, 3b все меры эффективности сгруппированы следующим образом:

1. меры, рассчитывающие систематический риск (обозначаются на рис. 2 желтым цветом);
2. меры, определяющие общий риск портфеля (актива) – систематический + специфический (окантованы на рис. 2 в синий цвет).

В группе общих рисков выделены следующие подгруппы:

- меры, учитывающие при расчете эффективности только риск потерь – без определения уровня его доверительной вероятности (обозначены на рис. 2 зеленым цветом);
- меры эффективности, в основе которых лежит риск отклонения от ожидаемого результата как в правую часть, так и в левую часть распределения дохода портфеля (актива) – без определения уровня его доверительной вероятности (окрашены на рис. 2 в кремовый цвет);
- меры эффективности, определяющие риск потерь и/или прибыли с определенным уровнем доверительной вероятности (обозначены на рис. 2 голубым цветом).

Все необходимые для чтения таблиц и схем условные обозначения можно посмотреть в таблице 4.

Схематизация связей между мерами

Большинство мер не были созданы независимо друг от друга: появление новой меры представляло либо модификацию, либо обобщение другого показателя эффективности. Модификация была направлена на улучшение и/или изменение применимости меры, а обобщение – на увеличение факторов, которые можно было бы учитывать при оценке эффективности.

В схеме (рис. 2) используются три связи:

- модификация – связь, показывающая, что мера основана на другой мере и либо уменьшает ее применимость, упрощая меру, либо расширяет ее применимость, либо же избавляет от некоторых недостатков;
- частный случай – связь, показывающая, что показатель эффективности является частным случаем другой меры, т.е. обобщающую меру путем задания некоторых, имеющихся у нее параметров можно превратить в рассматриваемый показатель эффективности;
- использование – связь, показывающая, что мера использует другую меру при расчете эффективности (риска).

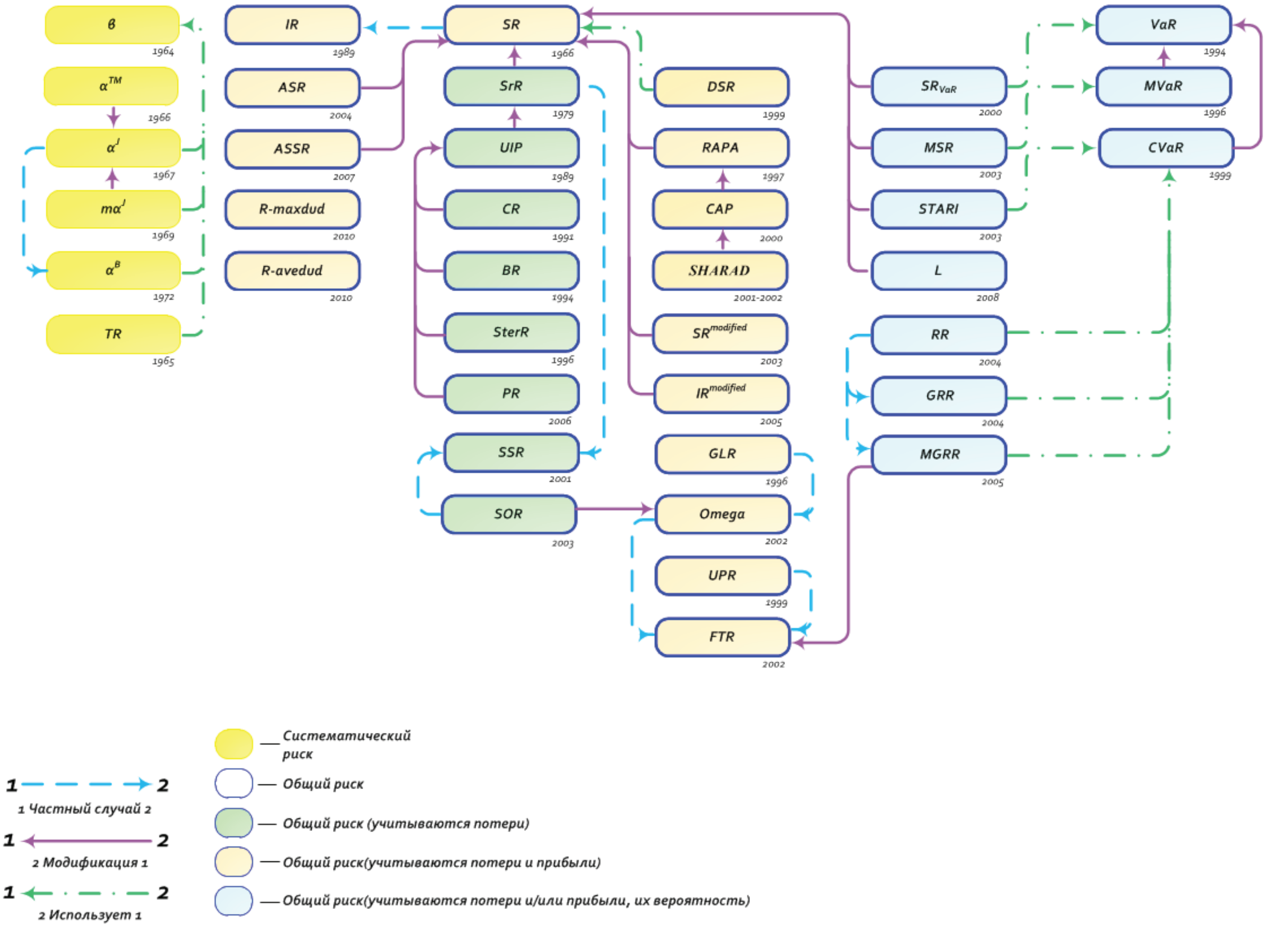


Рисунок 2 Взаимосвязи между различными мерами эффективности

Источник: разработан авторами.

Для того чтобы из данной схемы можно было выбрать подходящие для конкретной задачи меры, необходимо, кроме связей, понимать их достоинства, недостатки и ограничения в применении, наиболее важные из которых предлагаем разместить в таблицах 1, 2, 3a, 3b.

Достоинства, недостатки и ограничения в применении мер

<u>Основные пояснения к таблицам 1, 2, 3a, 3b:</u>

ожидаемая, по факту – прогнозируемая мера, мера, определяемая по факту;

μ_{3+} – учитываются моменты более высокого порядка, чем μ_2;

монотонная – мера является монотонной относительно первого стохастического доминирования:

$X \leq Y$, $\rho(Y) \leq \rho(X)$ – для абсолютных мер;

$X \leq Y$, $\rho(X) \leq \rho(Y)$ – для относительных мер;

условно монотонная – мера является монотонной относительно первого стохастического доминирования при условии $\rho \geq 0$;

субаддитивная: $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$;

квазивогнутая: $\rho(\lambda X + (1–\lambda)Y) \geq \min(\rho(X), \rho(Y))$, $\lambda \in (0,1)$;

условно квазивогнутая – мера является квазивогнутой при условии $\rho \geq 0$;

масштабно-инвариантная: $\rho(\lambda X) = \rho(X)$, $\lambda > 0$;

условно масштабно-инвариантная – мера является масштабно-инвариантной при условии $\rho \geq 0$;

положительно однородная – мера является положительно однородной: $\rho(\lambda X) = \lambda\rho(X)$, $\lambda > 0$;

трансляционно-инвариантная – мера является инвариантной относительно сдвига: $\rho(X + \alpha) = \rho(X) – \alpha$, $\alpha \in R$.

Таблица 1

Свойства, достоинства и недостатки мер эффективности,

определяющих систематический риск

β (1964) $\beta_P = corr(R_p, R_M) \cdot \sigma_p / \sigma_M$ *Применение*: трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту	***TR (1965)*** $TR = E(R_p - R_F) / \beta_P$ *Применение*: трейдинг ожидаемая, по факту «–»: не μ_{3+}	***α^TM (1966)*** $\alpha^{TM} =$ $E(R_p) - R_F - \beta_1 \mu_M - \beta_2 \mu_M^2$ $\mu_M = E(R_M - R_F)$ *Применение*: трейдинг по факту «–»: не μ_{3+}
α^J (1967) $\alpha^J = E(R_p - R_F) -$ $\beta_p \cdot E(R_M - R_F)$ *Применение*: трейдинг ожидаемая, по факту «–»: не μ_{3+} $\exists\ p_1, p_2$: α^J_{P1} ~~сравнить~~ α^J_{P2}	***mα^J (1969)*** $m\alpha^J = \alpha^J / \beta_p$ *Применение*: трейдинг ожидаемая, по факту «+»: $m\alpha^J_{P1}$ сравнить $m\alpha^J_{P2}$ если $\alpha^J_{P1} = \alpha^J_{P2}$ «–»: не μ_{3+}	***α^B (1972)*** $\alpha^B = E(R_p - R_Z) -$ $\beta_p \cdot E(R_M - R_Z)$ *Применение*: трейдинг ожидаемая, по факту «–»: не μ_{3+} $\exists\ p_1, p_2$: α^B_{P1} ~~сравнить~~ α^B_{P2}

Таблица 2

Свойства, достоинства и недостатки мер эффективности,
определяющих общий риск (учитываются потери)

SrR (1979) $SrR = \frac{E(R_p - \tau)}{\sqrt{\sum_{t=1}^{T} 1^- p_t (R_t - \tau)^2}}$ $1^- = 0$, если $R_t > \tau$ $1^- = 1$, если $R_t \leq \tau$ $p_t = 1/T$ *Применение*: трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: масштабно-инвариантная условно монотонная условно квазивогнутая «–»: не учитывает чередующиеся убытки	***UIP (1989)*** $UIP = E(R_p - R_F) / UI$ $UI = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} Drawdown_i^2}{n}}$ $Drawdown = 100 \cdot (value / peak - 1)$ *Применение*: трейдинг по факту «+»: учитывает чередующиеся убытки	***CR (1991)*** $CR = E(R_p - R_F) / D_{max}$ *Применение*: трейдинг по факту «+»: учитывает чередующиеся убытки «–»: зависит от выброса
BR (1994) $BR = \frac{E(R_p - R_F)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} D_{max_i}{}^2}}$ *Применение*: трейдинг по факту «+»: учитывает чередующиеся убытки «–»: зависит от выбросов	***SterR (1996)*** $SterR = \frac{E(R_p - R_F)}{\overline{D_{max}} + 10\%}$ *Применение*: трейдинг по факту «+»: учитывает чередующиеся убытки «–»: зависит от выбросов 10 % – очень субъективно	***SSR (2001)*** $SSR = (\mu - \tau) / (LPM_n)^{1/n}$ $LPM_n(\tau) = \int_{-\infty}^{\tau} (\tau - R)^n \, dF(R)$ *Применение*: трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: отношение к риску потерь условно квазивогнутая условно монотонная масштабно-инвариантная «–»: не учитывает чередующиеся убытки

SOR (2003) SOR = $E(R_p - \tau) / E[\max(\tau - R_p, 0)]$ *Применение*: трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: условно квазивогнутая монотонная масштабно-инвариантная «–»: не учитывает чередующиеся убытки	***PR (2006)*** $PR = E(R_p - R_F) / PI$ $PI = \frac{\sum_{i=1}^{n} \lvert Drawdown_i \rvert}{n}$ $Drawdown = 100*(value / peak - 1)$ *Применение*: трейдинг по факту «+»: учитывает чередующиеся убытки	

Таблица 3а

Свойства, достоинства и недостатки мер эффективности, определяющих общий риск (учитываются потери и прибыли)

SR (1966) $SR = E(R_p - R_F) / \sigma_{Rp-Rf}$ *Применение*: трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: условно квазивогнутая масштабно-инвариатная «–»: не μ_{3+} не монотонная не учитывает чередующиеся убытки	***IR (1989)*** $IR = E(R_p - R_B) / \sigma_{Rp-Rb}$ *Применение*: трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: условно квазивогнутая масштабно-инвариатная $IR^{прим.} > SR^{прим}$. «–»: не μ_{3+} не монотонная не учитывает чередующиеся убытки	***GLR (1996)*** $GLR = E[\max(R_p, 0)] / E[\max(-R_p, 0)]$ *Применение*: трейдинг ожидаемая, по факту «+»: масштабно-инвариатная монотонная «–»: не квазизвогнутая не учитывает чередующиеся убытки
RAPA (1997) RAPA = $E(R_p - R_F) \cdot \sigma_M / \sigma_{Rp-Rf}$ *Применение*: трейдинг ожидаемая, по факту «+»: в % условно квазивогнутая масштабно-инвариантная «–»: не μ_{3+} не монотонная	***DSR (1999)*** $DSR = SR / \sigma^{SR}$ *Применение*: трейдинг, хеджирование по факту «+»: учитывает ошибку «–»: не μ_{3+}	***UPR (1999)*** $UPR = \frac{\sum_{t=1}^{T} 1^{+} p_t (R_t - \tau)}{\sqrt{\sum_{t=1}^{T} 1^{-} p_t (R_t - \tau)^2}}$ $1^{-} = 0, 1^{+} = 1$, если $R_t > \tau$ $1^{-} = 1, 1^{+} = 0$, если $R_t \leq \tau$ $p_t = 1/T$ *Применение*: трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: монотонная масштабно-инвариантная «–»: не квазивогнутая не учитывает чередующиеся убытки

CAP (2000) $CAP = a \cdot R_{fund} +$ $(1 - a - b) \cdot R_F + b \cdot R_B$ $a = + [(\sigma_B{}^2 (1 - \rho_{T,B}{}^2)) /$ $(\sigma_1{}^2 (1 - \rho_{1,B}{}^2))]^{1/2}$ $b = p_{T,B} - a \cdot p_{1,B} \cdot \sigma_1 / \sigma_B$ $p_{T,B} = 1 - TE(target)^2 / (2\sigma_B{}^2)$ $TE(target) =$ $(\sigma_1{}^2 - 2\rho_{1,B} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_B + \sigma_B{}^2)^{1/2}$ *Применение*: трейдинг ожидаемая «+»: оптимум между фондом, R_F и R_B «–»: неопределенность с выбором TE	***SHARAD (2001-2002)*** $SHARAD = CAP \cdot C(S)$ $S < H^{1/2}[IR - (\sigma_1{}^2 - \sigma_B{}^2) / (2TE(target))]$ $C(S) \epsilon (0,1)$ *Применение*: трейдинг ожидаемая «+»: оптимум между фондом, R_F и R_B ранжирование с различным H «–»: более сложная, чем CAP неопределенность с выбором TE	***FTR (2002)*** $FTR^{\kappa,\gamma} = E^{1/\kappa}[((R_p - R_B)^+)^\kappa] /$ $E^{1/\gamma}[((R_p - R_B)^-)^\gamma]$ *Применение*: трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: масштабно-инвариантная монотонная отношение к риску потерь и прибылям «–»: не квазивогнутая не учитывает чередующиеся убытки
Omega (2002) $Omega = E[\max(R_p - \tau, 0)] /$ $E[\max(\tau - R_p, 0)]$ *Применение*: трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: масштабно-инвариантная монотонная «–»: не квазивогнутая не учитывает чередующиеся убытки	***SR^modified^ (2003)*** $SR^{modified} = \dfrac{E(R_p - R_F)}{\sigma_{R_p - R_f}^{\frac{E(R_p - R_F)}{\lvert E(R_p - R_F)\rvert}}}$ *Применение*: трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: квазивогнутая условно масштабно-инвариантная «–»: не μ_{3+} не монотонная двойственность $SR^{modified} \geq 0$, $SR^{modified} < 0$ не учитывает чередующиеся убытки	***ASR (2004)*** $ASR = SR[1 + (\mu 3/6) \cdot SR -$ $((\mu_4 - 3)/24) \cdot SR^2]$ *Применение*: трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: μ_{3+} «–»: более сложная, чем SR не квазивогнутая не монотонная не масштабно-инвариантная не учитывает чередующиеся убытки
IR^modified^ (2005) $IR^{modified} = \dfrac{E(R_p - R_B)}{\sigma_{R_p - R_B}^{\frac{E(R_p - R_B)}{\lvert E(R_p - R_B)\rvert}}}$ *Применение*: трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: квазивогнутая условно масштабно-инвариантная «–»: не μ_{3+} не монотонная двойственность $IR^{modified} \geq 0$, $IR^{modified} < 0$ не учитывает чередующиеся убытки	***ASSR (2007)*** $ASSR =$ $SR(1 + b_3 \cdot (S/3) \cdot SR)^{1/2}$ $b_3 = (p+1)/p$ *Применение*: трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: μ_3 использует меру неприятия риска масштабно-инвариантная «–»: не μ_4 не квазивогнутая не монотонная не учитывает чередующиеся убытки неопределенность с выбором p	***R_maxdud (2010)*** $R\_maxdud = \max_{t=1,\dots,T} du_t(x) / \max_{t=1,\dots,T} dd_t(x)$ $du_t = wt(x) - \min_{s=1,\dots,t} w_s(x)$ $dd_t = \max_{s=1,\dots,t} w_s(x) - w_t(x)$ $w_t = \sum_{s=1}^{t} R_s - R_{t,B},\ t = 1,\dots,T$ *Применение*: трейдинг по факту «+»: учитывает max доходы, min потери учитывает чередующиеся убытки

R_avedud (2010) $R\_avedud = \dfrac{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} du_t(x)}{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} dd_t(x)}$ $du_t = w_t(x) - \min_{s=1,\dots,t} w_s(x)$ $dd_t = \max_{s=1,\dots,t} w_s(x) - w_t(x)$ *Применение:* трейдинг по факту «+»: учитывает чередующиеся убытки		

Таблица 3b

Свойства, достоинства и недостатки мер эффективности, определяющих общий риск (учитываются потери и/или прибыли, их вероятность)

VaR (1994) $VaR_\alpha = -(\mu + z_{CF}\sigma)$ *Применение*: трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: монотонная стандарт Базеля трансляционно-инвариантная положительно однородная «–»: не μ_{3+} не субаддитивная не учитывает потери $< -VaR_\alpha$ зависит от метода	***MVaR (1996)*** [1] $MVaR_\alpha = -(\mu + z_{CF}{}^*\sigma)$ $z_{CF}{}^* = z_C + (z_C^2-1)\cdot S/6 + (z_C^3-3z_C)\cdot K/24 - (2z_C^3-5z_C)\cdot S^2/36$ *Применение:* трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: μ_{3+} положительно однородная трансляционно-инвариантная «–»: более сложная, чем VaR не субаддитивная не монотонная не учитывает потери $< -VaR_\alpha$ зависит от метода	***CVaR (1999)*** $CVaR_\alpha(X) = -E(\,X \mid X \le -VaR_\alpha(X)\,)$ *Применение:* трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: учитывает потери $< -VaR_\alpha$ монотонная положительно однородная субаддитивная трансляционно-инвариантная одобрена Базелем «–»: не μ_{3+} зависит от метода
SR_{VaR} (2000) $SR_{VaR} = E(R_p - R_F) / VaR_\alpha$ *Применение:* трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: условно монотонная масштабно-инвариантная «–»: не μ_{3+} не квазивогнутая не учитывает потери $< -VaR_\alpha$ зависит от метода	***MSR (2003)*** $MSR_\alpha = E(R_p - R_F) / MVaR_\alpha$ Применение: трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: μ_{3+} масштабно-инвариантная «–»: более сложная, чем SR_{VaR} не квазивогнутая не монотонная не учитывает потери $< -VaR_\alpha$ зависит от метода	***STARI (2003)*** $STARI_\alpha = E(R_p - R_F) / CVaR_\alpha$ *Применение:* трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: учитывает потери $< -VaR_\alpha$ условно монотонная условно квазивогнутая масштабно-инвариантная «–»: не μ_{3+} зависит от метода

1. Несмотря на то, что понятие MVaR в науку ввели Фавре и Галеано только в 2002 году, историей возникновения его будем считать 1996 год, когда впервые Зангари предложил использовать разложение Корниша-Фишера для оценки квантиля распределения портфеля (актива) [Zangari, 1996].

RR (2004) $RR = CVaR_{\alpha}(R_F - R_P) /$ $CVaR_{\beta}(R_P - R_F)$ $CVaR_{\alpha} =$ $E[\max(-R_p, 0) \mid R_p \leq -VaR_{\alpha}]$ $\alpha, \beta \in (0,1)$ *Применение:* трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: учитывает потери $< -VaR_{\alpha}$ масштабно-инвариантная монотонная «–»: не μ_{3+} не квазивогнутая зависит от метода	***GRR (2004)*** $GRR = CVaR_{\kappa,\alpha}(R_F - R_P) /$ $CVaR_{\gamma,\beta}(R_P - R_F)$ $CVaR_{\kappa,\alpha} = E[\ (\max(-R_p,0))^{\kappa} \mid$ $R_p \leq -VaR_{\alpha}\ ]$ $\alpha, \beta \in (0,1)$ *Применение:* трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: учитывает потери $< -VaR_{\alpha}$ отношение к риску потерь и прибылям монотонная «–»: не μ_{3+} не масштабно-инвариантная не квазивогнутая зависит от метода	***MGRR (2005)*** $MGRR = [CVaR_{\kappa,\alpha}(R_F - R_P)]^{1/\kappa} /$ $[CVaR_{\gamma,\beta}(R_P - R_F)]^{1/\gamma}$ $CVaR_{\kappa,\alpha} = E[\ (\max(-R_p,0))^{\kappa} \mid$ $R_p \leq -VaR_{\alpha}\ ]$ $\alpha, \beta \in (0,1)$ *Применение:* трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: учитывает потери $< -VaR_{\alpha}$ монотонная отношение к риску потерь и прибылям масштабно-инвариантная «–»: не μ_{3+} не квазивогнутая зависит от метода
L (2008) $L_{r,n} = \lambda_{1,n} / \lambda_{2,r,n}$ *Применение:* трейдинг, хеджирование ожидаемая, по факту «+»: масштабно-инвариантная работает на малых выборках «–»: сложность в расчете не μ_{3+} не монотонная не квазивогнутая		

Таблица 4

Список условных обозначений

Общие обозначения (о.о.)	R_P (или Rp) – доходность p-ого портфеля (актива); R_M – доходность рынка; σ^2_M – дисперсия рынка; R_F (или Rf) – безрисковая ставка; β_P – коэффициент бета; τ – минимальный допустимый уровень доходности; σ – стандартное отклонение портфеля (актива), R_B (или Rb) – доходность бенчмарка
β – коэфф. бета (Sharpe, 1964)	См. о.о.
TR – коэфф. Трейнора (Alexander, Sheedy, 2004)	
α^{TM} – альфа Трейнора-Мазюи (Treynor, Mazuy, 1966)	См. о.о. + β_1; β_2 – параметры регрессионного уравнения
α^J – альфа Йенсена (Jensen, 1967)	См. о.о.
$m\alpha^J$ – модифицированная α^J (Буренин, 2008)	
α^B – альфа Блэка (Black, 1972)	См. о.о. + R_Z – доходность безрискового портфеля
SrR– коэфф. Сортино (Ang, Chua, 1979)	См. о.о.
UIP– мера эффективности, основанная на UI (Martin, McCann, 1998); UI – индекс Язвы	См. о.о. + Drawdown – падение стоимости портфеля (актива) в момент i относительно его предыдущего пикового значения, peak – максимальная стоимость; value – стоимость
CR – коэфф. Кальмара (Fischer, 2012)	См. о.о. + D_{max} – максимальная просадка за период; n – количество данных в выборке
BR– коэфф. Бурке (Fischer, 2012)	
SterR – коэфф. Стерлинга (Kestner, 1996)	
SSR– коэфф. Сортино – Сатчела (Sortino, Satchell, 2001)	См. о.о. + LPM_n (τ) – нижний частный момент n-порядка
SOR – коэфф. Шарпа-Омеги (Kazemi, Scheeweis, Gupta, 2003)	См. о.о.
PR – коэфф. боли (Odo, 2006)	См. о.о. + см. обозначения UIP
SR – коэфф. Шарпа (Sharpe, 1966)	См. о.о.

IR – коэфф. информации (Grinold, 1989)	См. о.о.
GLR – коэфф. прибыли к убыткам (Bernardo, Ledoit, 1996)	См. о.о.
RAPA – доходность с учетом риска минус R_F (Modigliani, Modigliani, 2005)	
DSR – двойной SR (Vinod, Morey, 1999)	См. о.о. + σ^{SR} – стандартное отклонение прогнозного SR от реального
UPR – коэфф. потенциала роста (Van de Meer, Sortino, Platinga, 2001)	См. о.о.
CAP – мера эффективности, учитывающая корреляцию (Muralidhar, 2001–2002)	См. о.о. + $\rho_{T,B}$ – желаемый коэфф. корреляции между фондом и бенчмарком; $\rho_{1,B}$ – коэфф. корреляции между фондом и бенчмарком; σ^2_B – дисперсия бенчмарка; σ^2_1 – дисперсия фонда; a,b – коэфф.
SHARAD – мера эффективности, учитывающая способности, историю и риск (Muralidhar, 2001-2002)	См. обозначения CAP + H – объем исторической выборки, IR – коэфф. информации, C(S) – интегральная вероятность
FTR – коэфф. Фаринелли-Тибилетти (Tibiletti, Farinelli, 2002)	См. о.о. + к – показатель степени интереса к прибыли; γ – показатель степени неприятия риска
Omega – коэфф. Омега (Keating, Snadwick, 2002)	См. о.о.
ASR – скорректированный SR (Alexander, Sheedy, 2004)	См. о.о. + $\mu_3(\mu_4)$ – третий (четвертый) центральный момент; SR – коэфф. Шарпа
$SR^{modified}$ – измененный SR (Gambera, 2004)	См. о.о.
$IR^{modified}$ – измененный IR (Israelsen, 2005)	См. о.о.
ASSR – скорректированный на асимметрию SR (Koekebakker, Zakamulin, 2007)	См. о.о. + b_3 – предпочтение инвестора к 3-ему моменту распределения; p – коэфф. относительного неприятия риска; S – коэфф. асимметрии
R_maxdud – коэфф.max роста к max падению (Portfolio selection based on a simulated copula, 2010)	$du_t(x)$ – рост в момент t; $dd_t(x)$ – падение в момент t; – совокупная доходность портфеля (актива) в момент t, R_s – доходность портфеля (актива)
R_avedud – коэфф. среднего роста к среднему падению (Portfolio selection based on a simulated copula, 2010)	
VaR_α – стоимость под риском с уровнем доверительной вероятности α (Alexander, 2001)	См. о.о. + Z_{CF} – квантиль распределения
$MVaR_\alpha$ – модифицированный VaR_α (Zangari, 1996)	См. о.о. + Z_C – квантиль нормального распределения; Z_{CF} – квантиль распределения; S – коэфф. асимметрии; K – коэфф. эксцесса
$CVaR_\alpha$ – условный VaR_α (Alexander, 2001)	См. обозначения VaR_α
SR_{VAR} – SR, основанный на VaR (Down, 2000)	См. обозначения SR и VaR_α
MSR_α – модифицированный SR (Gregoriou, Gueyie, 2003)	См. обозначения SR и $MVaR_\alpha$
$STARI_\alpha$ – SR, основанный на CVaR (Martin, Rachev, Siboulet, 2003)	См. обозначения SR и $CVaR_\alpha$
RR – коэфф. Рачева (A comparison among performance measures in portfolio theory, 2005)	См. о.о. + обозначение $CVaR_\alpha$
GRR – обобщенный RR (A comparison among performance measures in portfolio theory, 2005)	См. о.о. + обозначение $CVaR_\alpha$, к – показатель степени интереса к прибыли; γ – показатель степени неприятия риска.
MGRR – модифицированный GRR (Stoyanov, Rachev, Fabozzi, 2005)	
L – мера эффективности, основанная на L-моментах (Darolles, 2008)	$\lambda_{1,n}$ – L-момент первого порядка; $\lambda_{2,r,n}$ – усеченный L-момент второго порядка

Дополнительные пояснения к таблицам 1, 2, 3a, 3b

$\boldsymbol{\alpha^J}$: $\exists p_1, p_2$: α^J_{P1} ~~сравнить~~ α^J_{p2} – существуют такие портфели (активы) p_1, p_2, которые нельзя сравнить с помощью $\boldsymbol{\alpha^J}$.

Пример

Актив	*A*	*B*
$E(R_p) - R_F$	0,10504446	0,09622315
β_p	1,12611153	0,90557878
$E(R_M) - R_F$	0,04	0,04
α^J	0,05999999	0,05999999

В приведенном примере ожидаемая доходность актива A выше, чем у актива B на 9,1676%,

а β_p – на 24,3527 %. При этом α^J у них принимает одинаковое значение.
$m\alpha^J$: $m\alpha^J_{p1}$ сравнить $m\alpha^J_{p2}$ если $\alpha^J_{P1} = \alpha^J_{P2}$ – мера позволяет сравнить портфели (активы), если они имеют одинаковый показатель α^J, т.е. решает проблему: $\exists p_1, p_2$: α^J_{P1} ~~сравнить~~ α^J_{P2}.
α^B: $\exists p_1, p_2$: α^B_{P1} ~~сравнить~~ α^B_{P2}– существуют такие портфели (активы) , которые нельзя сравнить по показателю α^B (см. α^J).
SrR, SSR, SOR, SR, IR, GLR, UPR, FTR, Omega, SR^{modified}, ASR, IR^{modified}, ASSR: не учитывает чередующиеся убытки – мера не принимает во внимание различия между чередующимися и последовательными убытками.

Пример

Менеджер	Доходность в $ (1,3,5,7,9,11 месяцы)	Доходность в $ (2,4,6,8,10,12 месяцы)	Доходность в $ (13,15,17,19, 21,23 месяцы)	Доходность в $ (14,16,18,20, 22,24 месяцы)
Первый	-2000 каждый месяц	-4000 каждый месяц	2000 каждый месяц	8000 каждый месяц
Второй	2000 в одном месяце чередуется с -2000 в другом месяце	8000 в одном месяце чередуется с -4000 в другом месяце	2000 в одном месяце чередуется с -2000 в другом месяце	8000 в одном месяце чередуется с -4000 в другом месяце

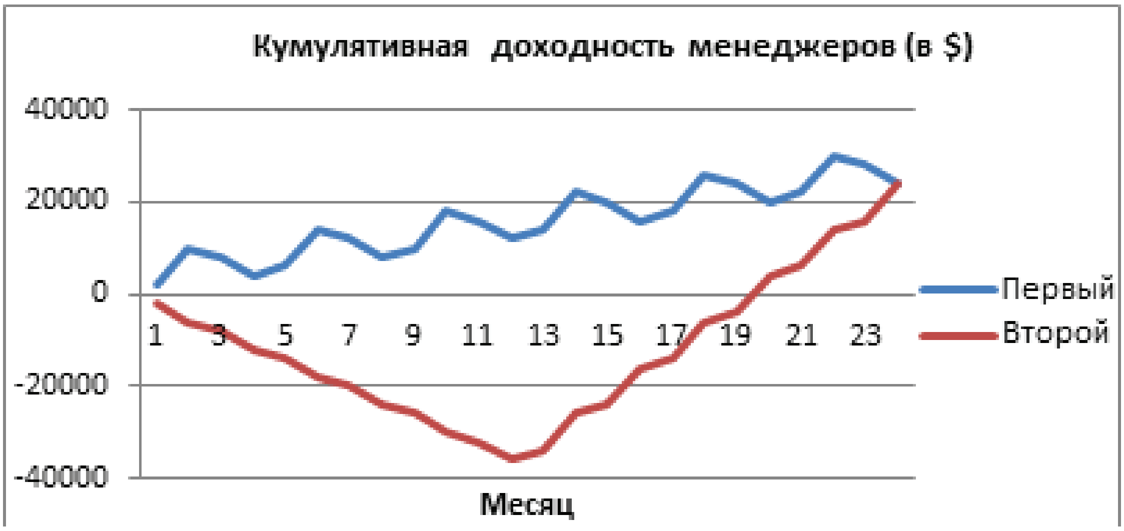


Рисунок 3. Кумулятивная доходность менеджеров

Источник: разработан авторами.

И у первого, и у второго управляющего совокупная доходность за 24 месяца составляет $24 000, только у одного управляющего в течение первого года кумулятивная доходность снижается, а затем в течение второго года – растет. У другого управляющего в течение двух лет кумулятивная доходность имеет восходящий тренд. Несмотря на тот факт, что большинство посчитали бы деятельность этих менеджеров неодинаковой с позиции риска, вышеуказанные показатели эффективности у них равны.
UIP, CR, BR, SterR, PR, R_maxdud, R_avedud: учитывает чередующиеся убытки – см. SrR, SSR, SOR, SR, IR, GLR, UPR, FTR, Omega, SR^{modified}, ASR, IR^{modified}, ASSR.
CR: зависит от выброса – при расчете эффективности учитывается только максимальное падение за период.
BR, SterR: зависит от выбросов – аналогично CR.
SSR: отношение к риску потерь – учитывает отношение к риску потерь, которое указывается с помощью n.
IR: IR$^{прим.}$ > SR$^{прим.}$– имеет более широкую область применимости, чем SR. $R_B = R_F$ – частный случай IR.
DSR: учитывает ошибку – учитывает ошибку в определении SR.
CAP, SHARAD: оптимум между фондом, R_F и R_B – на основе заданного показателя TE мера дает возможность оптимального распределения денежных средств между фондом, R_F и R_B; неопределенность с выбором TE – т.к. предполагается, что данный параметр выбирается каждым самостоятельно, возникает сложность с определением TE.

SHARAD: ранжирование с различным H – позволяет сравнивать портфели с разным объемом исторической выборки ; более сложная, чем CAP – мера является более сложной для понимания, чем CAP.

ASR: более сложная, чем SR – более сложная для понимания мера, чем SR, т.к. учитывает третий и четвертый центральные моменты распределения портфеля (актива).

SR*^{modified}***:** двойственность $SR^{modified} \geq 0$, $SR^{modified} < 0$ – $SR^{modified}$ имеет двойственность в понимании: в случае, если $E(R_p - R_F)$ актива (портфеля) ≥ 0, $SR^{modified}$ имеет тот же смысл, что и SR (актив A); в случае, если же $E(R_p - R_F)$ актива (портфеля) < 0, меняется смысловое значение коэффициента (актив B).

Пример

Актив	*A*	*B*
$E(R_p - R_F)$	0,00001	-0,00001
$\sigma(R_p - R_F)$	0,02	0,02
SR	0,0005	-0,0005
$SR^{modified}$	0,0005	-0,0000002

IR*^{modified}***:** двойственность $IR^{modified} \geq 0$, $IR^{modified} < 0$ – аналогично $SR^{modified}$.

R_maxdud: учитывает max доходы, min потери – при расчете эффективности определяются максимально возможные относительно минимума доходы и минимально возможные относительно максимума потери.

VaR, SR*$_{VaR}$***, STARI, RR, GRR, MGRR***: не учитывает потери $< -VaR_\alpha$ – не учитывает потери, которые выходят за границы VaR_α.

VaR, MVaR, CVaR, SR*$_{VaR}$***, MSR, STARI, RR, GRR, MGRR***: зависит от метода – значение показателя эффективности зависит от подхода, выбранного для расчета меры. Риск портфеля, рассчитанный, например, с помощью метода Монте-Карло может значительно отличаться от показателя риска того же портфеля, но полученного с помощью вариационно-ковариационного подхода.

MVaR, MSR: не учитывает потери $< -MVaR_\alpha$ – аналогично VaR.

VaR: стандарт Базеля – в стандарте Базельского комитета закреплено, что расчет VaR является обязательным для финансовых институтов.

MVaR: более сложная, чем VaR – более сложная для понимания мера, чем VaR, т.к. учитывает третий и четвертый моменты распределения портфеля (актива).

CVaR: одобрена Базелем – Базельский комитет по банковскому надзору предлагает CVaR в качестве новой меры риска для банков.

MSR: более сложная, чем SR_{VaR} – более сложная для понимания мера, чем , т.к. при расчете риска учитывает асимметрию и эксцесс распределения портфеля (актива).

L: хорошо работает на малых выборках – мера дает лучшие результаты оценки показателя эффективности на малом количестве данных, чем меры, использующие центральные моменты.

Заключение

Проанализировав схему и таблицы 1, 2, 3a, 3b, можно сделать следующие выводы:

1. Модификации основных мер, связанные с использованием моментов распределения более высокого порядка, чем μ_2, могут привести к ситуации, в которой производные от них меры теряют некоторые достоинства, которые есть у «основных» мер. Например, показатель *VaR* является монотонным в отличие от производной от него меры *MVaR*, учитывающий при расчете асимметрию и эксцесс распределения. Аналогично, показатель *ASR*, учитывающий при расчете μ_3 и μ_4, в отличие от основной меры *SR*, учитывающей только первый и второй моменты распределения, не удовлетворяет свойству условной квазивогнутости и не является инвариантным к изменениям масштаба.

2. Модификации основных показателей эффективности, направленные на избавление родительских мер от некоторых недостатков, могут приводить к появлению новых недостатков, которые отсутствуют у основной меры. Например, показатель $SR^{modified}$, в отличие от меры SR, удовлетворяет свойству квазивогнутости даже в случае, если $SR^{modified}<0$, но не является инвариантным к изменениям масштаба в случае, если значение меры переходит в отрицательную область значений.
3. Обобщающие меры, имеющие более широкую область применимости, чем показатели, являющиеся их частным случаем, могут терять некоторые достоинства, которые есть у частных мер. Например, мера *GRR*, частным случаем которой является мера *RR*, не является инвариантной к изменениям масштаба в отличие от *RR*.
4. Большинство мер (обобщающих, частных, мер, являющихся модификацией других мер), как правило, не удовлетворяет одному или нескольким из следующих свойств: квазивогнутости или субаддитивности, монотонности, инвариантности к изменениям масштаба или положительной однородности. Для некоторых мер все вышеперечисленные свойства могут соблюдаться только в случае если значение меры не переходит в отрицательную область значений, для других, например, *CVaR*, они выполняются всегда, при любых значениях показателя риска, но такие меры не учитывают островершинность и скошенность распределения.

Таким образом, схема и таблицы помогают определиться, какие меры эффективности могут быть полезны для конкретной задачи, и, зная, какие недостатки являются приемлемыми для задачи, а достоинства необходимыми, сузить круг выбора мер. Также они могут помочь в улучшении системы эффективности. В таком случае относительно просто найти в схеме и таблицах меры, связанные с уже используемым показателем, и рассматривать их в качестве кандидатов для улучшения своей методики определения эффективности.

Список литературы

1. Буренин А.Н. Управление портфелем ценных бумаг. М.: Научно-техническое общество имени академика С.И. Вавилова, 2008. – 440 с.
2. Alexander, C. (2001), Market Models: A Guide to Financial Data Analysis. –Chichester: John Wiley&Sons Ltd.
3. Ang, J.S., Chua, J.H. (1979), Composite Measures for the Evaluation of Investment Performance, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 2(14) (1979) 361–384.
4. Bernardo, A., Ledoit, O. (1996), Gain, Loss and Asset Pricing. URL: http://www.ledoit.net/gainloss.pdf (accessed 20.02.2015).
5. Black, F. (1972), Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing, The Journal of Business, 3(45) (1972) 444–455.
6. Darolles, S., Gourieroux, C., Jasiak, J. (2008), L-Performance with an Application to Hedge Funds. URL: http://www.finance-innovation.org/risk09/work/4992204.pdf (accessed 20.02.2015).
7. Down, K. (2000), Adjusting for Risk: An improved Sharpe Ratio, International review of Economics and Finance, 3(9) (2000) 209–222.
8. Fischer B. R., Wermers R. (2012), Performance Evaluation and Attribution of Security Portfolios. – Oxford: Academic Press.
9. Gambera, M. (2004), On Simple Indicators of Investment Performance, Journal of Performance Measurement, 3(8) (2004) 8–15.
10. Gregoriou, G.N., Gueyie, J.P. (2003), Risk-adjusted performance of funds of hedge funds using a modified Sharpe ratio, The Journal of Wealth Management, 3(6) (2003) 77–83.
11. Grinold, R.C. (1989), The fundamental law of active management, The Journal of Portfolio Management, 3(15) (1989) 30–37.
12. Israelsen, C.L. (2005), A Refinement to the Sharpe Ratio and Information Ratio, Journal of

Performance Measurement, 6(5) (2005) 423–427.

13. Jensen, M. C. (1967), The Performance Of Mutual Funds In The Period 1945-1964 , Journal of Finance, 2(23) (1967) 389–416.
14. Kazemi, H., Schneeweis, T., Gupta, R. (2003), Omega as performance measure. URL: http://www.edge-fund.com/KaSG03.pdf (accessed 20.02.2015).
15. Keating, C., Shadwick, W.F. (2002), A Universal Performance Measure. URL: https://www.isdadocs.org/c_and_a/pdf/GammaPub.pdf (accessed 20.02.2015).
16. Kestner, L.N. (1996), Getting a Handle on True Performance, Futures, 1(25) (1996) 44–46.
17. Koekebakker, S., Zakamulin, V. (2007), Accounting for Skewness Preferences in Investment Decisions. URL: http://69.175.2.130/~finman/Prague/Papers/SkewnessPreferencesFMA2008.pdf (accessed 20.02.2015).
18. Martin, P.G., McCann, B.B. (1998), The Investor's Guide to Fidelity Fund.
19. Martin, R.D., Rachev, S., Siboulet, F. (2003), Phi-alpha Optimal Portfolios and Extreme Risk Management, Wilmott Magazine of Finance, (2003) 70–83.
20. Modigliani, F., Modigliani, L. (1997), Risk-adjusted performance: how to measure it and why, The Journal of Portfolio Management, 2(23) (1997) 45–54.
21. Muralidhar, A.S. (2001–2002), Skill, History and Risk-Adjusted Performance. URL: http://www.mcubeit.com/download/research/sharadmeasure.pdf (accessed 20.02.2015).
22. Odo, M. Pain Index and Pain Ratio. URL: http://s3.amazonaws.com/zanran_storage/www.styleadvisor.com/ContentPages/2449998080.pdf (accessed 20.02.2015).
23. Ortobelli, S., Biglova, A., Rachev, S., Stoyanov, S. (2010), Portfolio selection based on a simulated copula. URL: https://statistik.econ.kit.edu/download/JAFA-simulated_copula.pdf (accessed 20.02.2015).
24. Ortobelli, S., Biglova, A., Stoyanov, S., Rachev, S., Fabozzi, F. (2005), A comparison among performance measures in portfolio theory. URL: http://www.nt.ntnu.no/users/skoge/prost/proceedings/ifac2005/Fullpapers/02090.pdf (accessed 20.02.2015).
25. Sharpe, W.F. (1964), Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, The Journal of Finance, 3(19) (1964) 425–442.
26. Sharpe, W.F. (1966), Mutual fund performance, The Journal of Business, 1(39) (1966) 119–138.
27. Sortino, F.A., Satchell, S.E. (2001), Managing downside risk in financial markets: theory, practice and implementation. – Oxford: Butterworth-Heinemann.
28. Stoyanov, S.V., Rachev, S.T., Fabozzi, F.J. (2005), Optimal financial portfolios. URL: http://www.pstat.ucsb.edu/research/papers/optimFinPortf_final(1].pdf (accessed 20.02.2015).
29. The Professional Risk Managers' Handbook: A Comprehensive Guide to Current Theory and Best Practice (2004) / edited by C. Alexander, E. Sheedy.
30. Tibiletti, L., Farinelli, S. (2002), Sharpe Thinking with Asymmetrical Preferences. URL: http://ssrn.com/abstract=338380
31. Treynor, J., Mazuy, K. (1966), Can Mutual Funds Outguess the Market? Harvard Business Review, 4 (44) (1966) 131–136.
32. Van der Meer, R., Sortino, F., Platinga, A. (2001), The Impact of Downside Risk on Risk-Adjusted Performance of Mutual Funds in the Euronext Markets. URL: http://ssrn.com/abstract=277352 (accessed 20.02.2015).
33. Vinod, H.D., Morey, M.R. (1999), A Double Sharpe Ratio. URL: http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.168748 (accessed 20.02.2015).
34. Zangari, P. (1996), A VaR methodology for portfolios that include options. URL: http://www.indiceperu.com/smartfolio/refer23.pdf (accessed 20.02.2015).

USE OF DIFFERENT PERFORMANCE MEASURES BY THE FINANCIAL MARKET PARTICIPANTS

Shishkina N.E.,

Postgraduate student, Peoples' Friendship University of Russia,

Lapshin V.V.,

Analyst, Mail.ru Group Limited

Absract

There are a huge number of measures for risk assessment, determination of performance but at times it is difficult enough to determine what or which of them can be more useful for a specific task. This requires understanding what interrelation there is between the measures, what common advantages and disadvantages they have, what strengths and weaknesses each indicator of performance/risk has.

In this article advantages, disadvantages, properties and area of application of 40 performance and risk measures are considered, the approach to the classification of measures is proposed, the scheme of interrelation between them is constructed (it is showed which of the measures are modification of other measures, which of them are particular case, and which of them are used for calculation by other performance indicators). It is analyzed what negative consequences change of the measure, connected with using of asymmetry, kurtosis and/or moments of higher order, can have. It is investigated how modification/generalization of the measure influence its advantages and disadvantages.

It is analyzed what new disadvantages, which are not present in main measure, its modification, aimed at getting rid of some disadvantages of parental measure, can cause. It is considered what advantages, that special measures have, generalized their performance indicators, which have wider area of application, can lose. Approach to the use of these data by different participants of the financial market (traders, investors and (or) managers) for making a decision quickly enough about what kind of measure or which set of measures should be used in order to solve the required task is proposed.

Keywords: performance measures, classification of performance measures, advantages and disadvantages of performance and risk measures, systematic risk, total risk.

JEL: G11, G32

References

1. Alexander, C. (2001), Market Models: A Guide to Financial Data Analysis. –Chichester: John Wiley&Sons Ltd.
2. Ang, J.S., Chua, J.H. (1979), Composite Measures for the Evaluation of Investment Performance, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 2(14) (1979) 361–384.
3. Bernardo, A., Ledoit, O. (1996), Gain, Loss and Asset Pricing. URL: http://www.ledoit.net/gainloss.pdf (accessed 20.02.2015).
4. Burenin, A.N. Upravlenie portfelem cennyx bumag [Management of portfolio of securities]. M.: Nauchno-texnicheskoe obshhestvo imeni akademika S.I. Vavilova, 2008. – 440 s.
5. Black, F. (1972), Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing, The Journal of Business, 3(45) (1972) 444-455.
6. Darolles, S., Gourieroux, C., Jasiak, J. (2008), L-Performance with an Application to Hedge Funds. URL: http://www.finance-innovation.org/risk09/work/4992204.pdf (accessed 20.02.2015).
7. Down, K. (2000), Adjusting for Risk: An improved Sharpe Ratio, International review of Economics and Finance, 3(9) (2000) 209-222.

8. Fischer, B. R., Wermers, R. (2012), Performance Evaluation and Attribution of Security Portfolios. – Oxford: Academic Press.
9. Gambera, M. (2004), On Simple Indicators of Investment Performance, Journal of Performance Measurement, 3(8) (2004) 8–15.
10. Gregoriou, G.N., Gueyie, J.P. (2003), Risk-adjusted performance of funds of hedge funds using a modified Sharpe ratio, The Journal of Wealth Management, 3(6) (2003) 77–83.
11. Grinold, R.C. (1989), The fundamental law of active management, The Journal of Portfolio Management, 3(15) (1989) 30–37.
12. Israelsen, C.L. (2005), A Refinement to the Sharpe Ratio and Information Ratio, Journal of Performance Measurement, 6(5) (2005) 423–427.
13. Jensen, M. C. (1967), The Performance Of Mutual Funds In The Period 1945-1964 , Journal of Finance, 2(23) (1967) 389–416.
14. Kazemi, H., Schneeweis, T., Gupta, R. (2003), Omega as performance measure. URL: http://www.edge-fund.com/KaSG03.pdf (accessed 20.02.2015).
15. Keating, C., Shadwick, W.F. (2002), A Universal Performance Measure. URL: https://www.isdadocs.org/c_and_a/pdf/GammaPub.pdf (accessed 20.02.2015).
16. Kestner, L.N. (1996), Getting a Handle on True Performance, Futures, 1(25) (1996) 44–46.
17. Koekebakker, S., Zakamulin, V. (2007), Accounting for Skewness Preferences in Investment Decisions. URL: http://69.175.2.130/~finman/Prague/Papers/SkewnessPreferencesFMA2008.pdf (accessed 20.02.2015).
18. Martin, P.G., McCann, B.B. (1998), The Investor's Guide to Fidelity Fund.
19. Martin, R.D., Rachev, S., Siboulet, F. (2003), Phi-alpha Optimal Portfolios and Extreme Risk Management, Wilmott Magazine of Finance, (2003) 70–83.
20. Modigliani, F., Modigliani, L. (1997), Risk-adjusted performance: how to measure it and why, The Journal of Portfolio Management, 2(23), 45–54.
21. Muralidhar, A.S. (2001–2002), Skill, History and Risk-Adjusted Performance. URL: http://www.mcubeit.com/download/research/sharadmeasure.pdf (accessed 20.02.2015).
22. Odo, M. Pain Index and Pain Ratio. URL: http://s3.amazonaws.com/zanran_storage/www.styleadvisor.com/ContentPages/2449998080.pdf (accessed 20.02.2015).
23. Ortobelli, S., Biglova, A., Rachev, S., Stoyanov, S. (2010), Portfolio selection based on a simulated copula. URL: https://statistik.econ.kit.edu/download/JAFA-simulated_copula.pdf (accessed 20.02.2015).
24. Ortobelli, S., Biglova, A., Stoyanov, S., Rachev, S., Fabozzi, F. (2005), A comparison among performance measures in portfolio theory. URL: http://www.nt.ntnu.no/users/skoge/prost/proceedings/ifac2005/Fullpapers/02090.pdf (accessed 20.02.2015).
25. Sharpe, W.F. (1964), Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, The Journal of Finance, 3(19), 1964, 425–442.
26. Sharpe, W.F. (1966), Mutual fund performance, The Journal of Business, 1(39) (1966) 119–138.
27. Sortino, F.A., Satchell, S.E (2001), Managing downside risk in financial markets: theory, practice and implementation. – Oxford: Butterworth-Heinemann.
28. Stoyanov, S.V., Rachev, S.T., Fabozzi, F.J. (2005), Optimal financial portfolios. URL: http://www.pstat.ucsb.edu/research/papers/optimFinPortf_final(1].pdf (accessed: 20.02.2015).
29. The Professional Risk Managers' Handbook: A Comprehensive Guide to Current Theory and Best Practice (2004) / edited by C. Alexander, E. Sheedy.
30. Tibiletti, L., Farinelli, S. (2002), Sharpe Thinking with Asymmetrical Preferences. URL: http://ssrn.com/abstract=338380 (accessed 20.02.2015).

31. Treynor, J., Mazuy, K. (1966), Can Mutual Funds Outguess the Market? Harvard Business Review, 4 (44) (1966) 131–136.

32. Van der Meer, R., Sortino, F., Platinga, A. (2001), The Impact of Downside Risk on Risk-Adjusted Performance of Mutual Funds in the Euronext Markets. URL: http://ssrn.com/abstract=277352 (accessed 20.02.2015).

33. Vinod, H.D., Morey, M.R. (1999), A Double Sharpe Ratio. URL: http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.168748 (accessed 20.02.2015).

34. Zangari, P. (1996), A VaR methodology for portfolios that include options. URL: http://www.indiceperu.com/smartfolio/refer23.pdf (accessed 20.02.2015).