МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ЭКОНОМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Грибанова Е.Б[1].

Обратная задача отвечает на вопрос «как сделать так, чтобы…?» и целью решения подобных задач является формирование оптимальных управленческих решений. В статье рассмотрены методы решения обратных задач экономического анализа. Приводится описание как существующих методов: обратные вычисления, нелинейное программирование, так и методов, разработанных путем модификации известных. В частности, предлагается использование линейного уравнения связи между аргументами и факторного влияния. В случае применения уравнения строится линейная зависимость между величинами, которые являются аргументами функции, и решается полученная система уравнений. Использование уравнения позволяет уменьшить число проверок соответствия исходных данных поставленной цели, и требует определения направления связи: прямая или обратная зависимость между аргументами. В качестве примера рассмотрено решение обратной задачи для мультипликативной двухфакторной модели. Также приведен пример аддитивной трехфакторной модели и решение задачи с применением процедуры свертки и системы уравнений. Метод факторного влияния основан на теории факторного анализа, в частности на равенстве общего изменения результата и суммы изменений результирующей величины за счет каждого фактора. При этом считается, что остаток от взаимодействия факторов распределяется равномерно между аргументами. В работе использована методология теории обратных вычислений, минимаксный метод оценки параметров уравнения, методы факторного анализа, методы оптимизации. Выбор того или иного метода обуславливается требованием к полученным результатам, наличием исходной информацией, поступающей от лица, принимающего решения, программных средств. Разработанные методы могут быть использованы в системах поддержки принятия управленческих решений.

Ключевые слова: обратная задача, обратные вычисления, линейное уравнение, экономический анализ, управленческие решения

JEL: C58, C38

Для экономического анализа деятельности организаций используются различные показатели, которые могут быть связаны между собой аддитивной, мультипликативной, кратной, смешанной зависимостью. Причинно-следственная связь величин обуславливает разделение задач на прямые и обратные. Прямая задача заключается в определении результирующего показателя по имеющимся значениям исходных величин и виду зависимости с целью оценки текущего состояния объекта, прогноза его изменения в будущем, исследования влияния входных параметров на выходную величину. В качестве примера можно привести определение выручки предприятия по заданным значениям цены и количества проданного товара.

Обратная задача является более сложной по сравнению с прямой и заключается в таком подборе исходных величин, который обеспечил бы заданное значение результирующей переменной, т.е. дает ответ на вопрос «как сделать так, чтобы?». Впервые подобные задачи в области математической физики были представлены в работах (Тихонов, 1943; Тихонов, Арсенин, 1986) и получили название «некорректных». Целью решения обратных задач в области экономики, как правило, является формирование оптимальных управленческих решений. Например, определение количества проданного товара и цены, которые бы обеспечили необходимый прирост выручки.

Решение обратной задачи является неотъемлемой функцией систем поддержки принятия оптимальных решений (Одинцов, Романов, 2014; Медведев, Победаш, Смольянинов, 2013; Дик, 2001). Так, в работе (Медведев, Победаш, Смольянинов, 2013) среди этапов разработки информационной системы обозначена постановка динамической задачи оптимального управления и выбор методов её решения, в качестве которых могут быть использованы генетические

1. Кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизированных систем управления, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники.

алгоритмы, алгоритмы, основанные на принципах Беллмана и Портнягина. В случае линейности целевой функции и ограничений задача превращается в задачу линейного программирования.

Статья Смирнова и Напреенко (Смирнов, Напреенко, 2011) посвящена решению экономических задач, в том числе обратных, с помощью аппарата недоопределенных вычислений. Модель представляется в виде набора ограничений, которые могут иметь вид уравнений, неравенств, логических выражений. Авторами создана компьютерная сетевая среда для создания моделей экономики.

Обратные вычисления заключаются в определении приращений аргументов, обеспечивающих заданное приращение функции (Одинцов, 2004; Дик, 2001). Для нахождения решения задача доопределяется дополнительной информацией, такой как, например, коэффициенты относительной важности аргументов. Обратные вычисления являются эффективным инструментом, успешно применяющимся в разных областях: экономике (Бармина, Квятковская, 2010), образовании (Виштак, Штырова, 2014).

Также существуют работы, посвященные решению обратной задачи применительно к конкретным экономическим моделям. Так, в статье Урусовой (Урусова, 2007) рассматривается решение обратной задачи определения параметров модели Солоу односекторной экономики. Решение задачи сводится к решению нескольких задач квадратичного программирования.

Некоторые авторы (Семенчин, Невечеря, 2014) приводят решение обратной задачи модели самоорганизации рынка труда: определение вероятности увольнения работника и нахождения безработным работы в другой отрасли. Методика решения задачи включает интерполирование исходных данных и последующее применение регуляризации методом Тихонова.

Цель данной работы заключается в исследовании существующих и разработке новых методов решения обратных задач экономического анализа. Рассмотрены простые примеры формирования выручки и прибыли компании с помощью метода обратных вычислений и его модификации, а также рассмотрено решение обратной задачи факторного анализа и решение задачи нелинейного программирования.

Обратные вычисления

Взаимосвязь показателей может быть представлена в виде дерева, на первом уровне которого расположен результирующий показатель, на втором – показатели, его формирующие и т.д. Рассмотрим случай мультипликативной зависимости для функции двух аргументов (рис. 1): выручка (r) равна произведению цены (p) и количества товара (c):

$$r = p \cdot c\,. \tag{1}$$

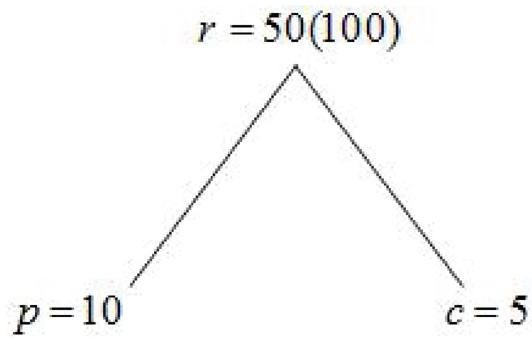

Рисунок 1. Зависимость показателей

Исходные данные: r = 50 усл.ден.ед., p = 10 усл.ден.ед., c= 5 усл.ед. Необходимо определить значения цены и количества, которые обеспечат величину выручки, равную 100 (1). Без дополнительных ограничений данная задача может иметь множество решений. На рисунке 2 изображена изокванта – линия, в которой функция постоянна и равна заданному числу (в данном случае 100). Любая точка графика позволит получить решение задачи.

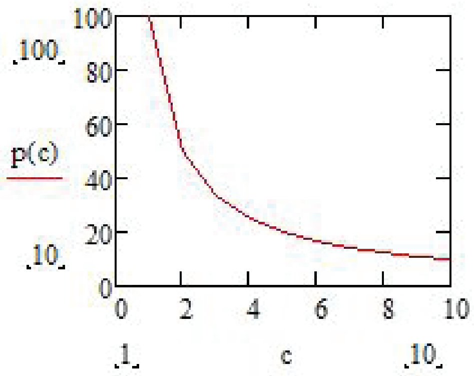

Рисунок 2. Изокванта

Решение обратных задач с помощью обратных вычислений - это получение точечных значений приростов аргументов функции на основании ее задаваемого значения и дополнительной информации, поступающей от лица, формирующего решение. В частности, в качестве такой информации могут быть указаны коэффициенты относительной важности целей, индивидуальные коэффициенты прироста аргументов, единый коэффициент прироста аргументов.

В случае использования коэффициентов относительной важности решение задачи может быть получено путем решения системы уравнений:

$$\begin{cases} r \pm \Delta r = f(p \pm \Delta p(\alpha), c \pm \Delta c(\beta)); \\ \dfrac{\Delta p}{\Delta c} = \dfrac{\alpha}{\beta}; \\ \alpha + \beta = 1, \end{cases} \qquad (2)$$

где Δp, Δc – приращение аргументов;

α, β – коэффициенты относительной важности приращений Δp, Δc соответственно;

$r, \Delta r$ – исходное значение и приращение результирующей функции.

Определение цены и количества товара может быть выполнено тремя способами в зависимости от соотношения величин прироста аргументов (табл. 1).

Таблица 1

Варианты достижения цели

Вид зависимости	Прирост результата					
	+			-		
Мультипликативная $p(\alpha)\cdot c(\beta)$	p^+, c^+	p^+, c^-, $\alpha > \beta$	p^-, c^+, $\alpha < \beta$	p^-, c^-	p^+, c^-, $\alpha < \beta$	p^-, c^+, $\alpha > \beta$

Установим значения коэффициентов важности приращений аргументов функции: $\alpha = 0{,}75$ и $\beta = 0{,}25$.

Тогда решение задачи может быть получено с помощью решения следующей системы уравнений (2):

$$\begin{cases} r + \Delta r = (p + \Delta p)(c + \Delta c); \\ \dfrac{\Delta p}{\Delta c} = \dfrac{\alpha}{\beta}. \end{cases} \qquad (3)$$

Решая систему (3), получим:

$$\frac{\Delta p}{\Delta c} = 3$$
$$\Delta p = 3\Delta c$$
$$(c + \Delta c)(p + 3\Delta c) = 100$$
$$(5 + \Delta c)(10 + 3\Delta c) = 100$$
$$3\Delta c^2 + 25\Delta c - 50 = 0$$
$$\Delta c = 1,67$$
$$\Delta p = 3 \cdot 1,67 = 5.$$

Значения количества проданного товара и цены равны: $c = 6,67$, $p = 15$.

Возможна ситуация, когда существует ограничение на величину одного из аргументов. Данная проблема решается с помощью корректировки коэффициентов пропорциональности (Одинцов, Романов, 2014). Также в статье (Одинцов, Романов, 2014) описана итерационная процедура оптимизации, с помощью которой можно получить результат с учетом заданных ограничений. В простейшем случае возможна корректировка излишка или дефицита за счет другой величины. Предположим, что существуют ограничения: $4 \le c \le 6$, $10 \le p \le 17$. В этом случае наблюдается избыток количества на 0,67 усл.ед., который можно восполнить за счет цены. Тогда:

$$(15 + \Delta p) \cdot (6,67 - 0,67) = 100$$
$$\Delta p = 1,67.$$

Если результирующая величина зависит от нескольких переменных, можно использовать процедуру свертки, либо решить систему с $n+1$ уравнениями (n – число аргументов).

При компьютерной реализации данного метода необходимо осуществлять проверку соответствия введенных значений коэффициентов относительной важности поставленной цели задачи (табл. 1), анализировать область определения величин (Дик, 2001). Использование линейного уравнения связи (Айвазян, Мхитарян, 1998) позволяет уменьшить число проверок, т.к. предусматривает рассмотрение двух видов зависимости между терминальными вершинами (p, c): прямой и обратной:

$$p = a + \lambda bc, \tag{4}$$

где $\lambda = -1$ в случае обратной зависимости, 1 – в случае прямой зависимости.

Параметры уравнения определяются по формулам: $b = \dfrac{\alpha}{\beta}$, $a = p_0 - b \cdot c_0$ (c_0, p_0 - начальные значения аргументов функции).

Определение выручки и количества проданного товара с помощью линейного уравнения в случае прямой зависимости (4) осуществляется следующим образом:

$$\alpha = 10 - \frac{0,75}{0,25} \cdot 5 = -5$$
$$p = -5 + 3c.$$

Подставляем полученную зависимость в исходную формулу:

$$(-5 + 3c)c = 100.$$

Решая квадратное уравнение, получим:

$$c = 6,67$$
$$p = -5 + 3 \cdot 6,67 = 15.$$

Также может быть рассмотрен следующий пример зависимости функции от трех аргументов.

Прибыль (p) организации равна разности выручки (r) и постоянных (c) и переменных (v) затрат:

$$p = r - c - v. \tag{5}$$

Исходные данные (усл.ден.ед.): $p = 200, r = 400, c = 50, v = 150$. Ставится задача определения уровня выручки, переменных и постоянных затрат для увеличения прибыли на 150 тыс. (5). При этом коэффициенты относительной значимости равны: $\alpha = 0,8, \beta = 0,1, \gamma = 0,1$ (рис. 3).

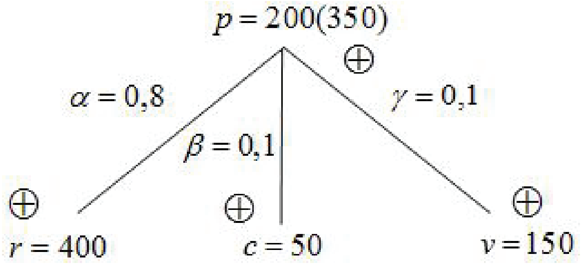

Рисунок 3. Трехфакторная модель

Функция зависимости выручки от постоянных затрат:

$$\alpha' = \frac{0,8}{0,9} = 0,89, \quad \beta' = \frac{0,1}{0,9} = 0,11$$

$$400 - \frac{0,89}{0,11} \cdot 50 = -4,5$$

$$r = -4,5 + 8,09 \cdot c.$$

Линейное уравнение связи между постоянными и переменными затратами:

$$\beta'' = \frac{0,1}{0,2} = 0,5, \quad \gamma'' = \frac{0,1}{0,2} = 0,5$$

$$50 - \frac{0,5}{0,5} \cdot 150 = -100$$

$$c = -100 + v.$$

Определение искомых величин:

$$p = (-4,5 + 8,09 \cdot (-100 + v)) - (-100 + v) - v = 350$$

$$6,09 \cdot v = 1063,5$$

$$v = 174,63$$

$$c = -100 + 174,63 = 74,63$$

$$r = -4,5 + 8,09 \cdot 74,63 = 599,26.$$

Задача (рис. 3) может быть решена и с помощью процедуры свертки. Нужно определить дополнительную переменную s, характеризующую общие затраты. Тогда задача разбивается на две подзадачи (рис. 4). Сначала необходимо определить прирост выручки и общих затрат, а затем изменение постоянных и переменных затрат. Значения коэффициентов пропорциональности нормируются таким образом, чтобы их сумма была равна единице.

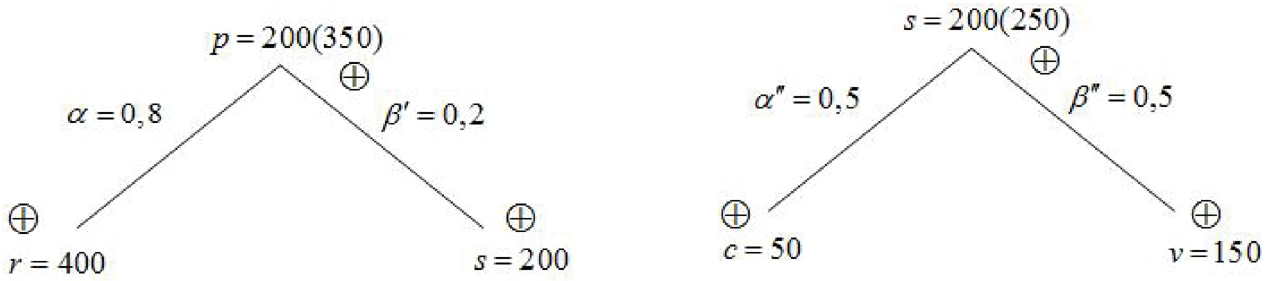

Рисунок 4. Разбиение на подзадачи

Решение первой подзадачи:

$r = -400 + 4 \cdot s$

$-400 + 4 \cdot s - s = 350$

$s = 250$

$r = 600.$

Решение второй подзадачи:

$c = -100 + v$

$-100 + v + v = 250$

$2 \cdot v = 350$

$v = 175$

$c = 75.$

Аналогичным способом происходит решение задачи при большем числе аргументов. В качестве примеров таких моделей можно привести рейтинговую оценку организации, интегральные показатели (кредитоспособности, платежеспособности и т.д.) и др. Также уравнение может быть использовано в детерминированных моделях и для определения значений в будущем с учетом сезонности. В этом случае в качестве аргументов выступают значения показателя в разные сезоны года, а результирующей величиной будет их сумма.

Факторное влияние

Из теории факторного анализа (Баканов, Шеремет, 1998; Чеботарев, 2003) известно, что общее изменение результата равно сумме изменений результирующего показателя за счет изменения каждого фактора:

$$\Delta y = \sum_{i=1}^{n} \Delta y_{x_i}, \tag{6}$$

где Δy – изменение результирующей величины;

Δy_{x_i} – изменение результирующей величины за счет фактора x_i,

n – число факторов.

В случае аддитивной модели сумма изменений всех факторов будет равна изменению результирующей величины. Однако в других типах зависимостей (мультипликативной, кратной, смешанной) существует эффект от совместного взаимодействия факторов.

Метод заключается в установлении для каждого фактора величины влияния на результирующий показатель и решении полученной системы уравнений. Далее рассчитанные значения подставляются в исходное соотношение для нахождения остатка от влияния факторов и корректировки полученных величин.

Рассмотрим пример по определению цены и количества проданного товара для получения заданного значения выручки. Изолированное влияние первого фактора на результирующую величину составит $c_0 p_1 - r_0$, а второго – $p_0 c_1 - r_0$. Сумма влияния этих факторов (6) должна быть равна 50. Кроме того, нужно определить величины изменения результата за счет каждого фактора. Полученная система имеет вид:

$$\begin{cases} c_0 p_1 - r_0 = r_p; \\ p_0 c_1 - r_0 = r_c; \\ r_p + r_c = \Delta r. \end{cases} \tag{7}$$

Примем следующие значения: $r_p = 37,5, r_c = 12,5$, что означает: за счет изменения цены выручка увеличиться на 37,5, за счет количества – на 12,5. Тогда решение системы (7):

$$5p_1 - 50 = 37,5, p_1 = 17,5$$

$$10c_1 - 50 = 12,5, c_1 = 6,25.$$

Считая, что остаток (rem) от взаимодействия факторов распределяется равномерно, определим его значение:

$$(p_1 - rem)(c_1 - rem) = r_1$$

$$(10 - rem)(5 - rem) = 100$$

$$rem = 0,4$$

$$p^*_1 = p_1 - rem = 17,1$$

$$c^*_1 = c_1 - rem = 5,85.$$

Если один из аргументов должен быть уменьшен, а другой увеличен, то это отражается при определении величин влияния r_p и r_c.

Рассмотрим случай, когда зависимость обратная, пусть r_p =60, r_c=-10. Тогда решение системы (6):

$$5p_1 - 50 = 60, p_1 = 22$$

$$10c_1 - 50 = -10, c_1 = 4$$

$$(22 - rem)(4 - rem) = 100$$

$$rem = -0,45$$

$$p^*_1 = p_1 - rem = 22,45$$

$$c^*_1 = c_1 - rem = 4,45.$$

Таким образом, увеличение выручки произошло за счет значительного повышения цены при уменьшении количества проданного товара. В случае ограничения на один из аргументов необходимо установить соответствующие значения r_p и r_c, вытекающие из соотношений приращений. Так, если существует ограничение на количество, например, $c_1 \le 3$, то значение величины влияния должно быть меньше -20: $r_c \le -20$.

Если число аргументов больше двух, то для решения задачи нужно решить систему с $n+1$ уравнениями, где n – число факторов.

Нелинейное программирование

Рассмотрим теперь решение этой же задачи с помощью нелинейного программирования. В общем виде задачи нелинейного программирования имеет вид:

$$\begin{aligned} & f(x) \to \min, x \in R^n; \\ & h_i(x) = 0, i = \overline{1,m}, \end{aligned} \tag{8}$$

где $f(x)$ – целевая функция;

$h_i(x)$ – ограничения.

Определение приращений аргументов можно представить в виде задачи нелинейного программирования (8) с квадратичной целевой функцией:

$$f(\Delta x) = \Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 \to \min;$$
$$(x_1 + \Delta x_1)(x_2 + \Delta x_2) = y + \Delta y. \quad (9)$$

Для случая определения цены и количества задача (9) будет иметь вид:

$$\Delta p^2 + \Delta c^2 \to \min$$
$$(10 + \Delta p)(5 + \Delta c) = 100.$$

Используя средства Excel, вычисляем значения: $\Delta p = 2{,}17, \Delta c = 3{,}22$, следовательно, $p = 12{,}17, c = 8{,}22$.

Данный метод позволяет определить минимальные приращения аргументов, обеспечивающие заданное приращение функции. При этом считается, что соотношение приращений роли не играет.

Также может быть установлено дополнительное ограничение на одно из приращений. Предположим, что цена не может увеличиться больше, чем на два рубля: $\Delta p \leq 2$,

Полученное в Excel решение: $\Delta p = 2, \Delta c = 3{,}33$, $p = 12, c = 8{,}33$.

В случае использования стандартных пакетов (Excel, MathCad) получение решения не представляет труда, т.к. эти системы располагают встроенными средствами оптимизации. Для реализации метода без применения инструментов существующих пакетов необходимо использовать методы оптимизации, такие как, например, метод множителей Лагранжа. В соответствии с этим методом задача преобразуется в задачу оптимизации без ограничений:

$$L(x, \lambda) = f(x) - \lambda h(x) \to \min, \quad (10)$$

где $L(x, \lambda)$ – функция Лагранжа;

$\lambda = const$ – множитель Лагранжа, на знак которого никаких требований не накладывается.

Запишем задачу (9) в виде задачи оптимизации без ограничений (10):

$$\Delta p^2 + \Delta c^2 - \lambda\left[(10 + \Delta p)(5 + \Delta c) - 100\right] \to \min$$

Частные производные:

$$\frac{\partial L}{\partial \Delta p} = 2\Delta p - \lambda(5 + \Delta c)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \Delta c} = 2\Delta c - \lambda(10 + \Delta p).$$

Для получения окончательного решения необходимо решить систему уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} 2\Delta p - \lambda(5 + \Delta c) = 0 \\ 2\Delta c - \lambda(10 + \Delta p) = 0 \\ (10 + \Delta p)(5 + \Delta c) - 100 = 0 \end{cases}$$

Получим: $\lambda = 0{,}53$, $\Delta p = 2{,}17, \Delta c = 3{,}22$.

Заключение

В статье на простых примерах формирования выручки и прибыли предприятия рассмотрено решение обратных задач методом обратных вычислений и его модификацией, факторного влияния, нелинейного программирования. Предложенная модификация метода обратных вычислений заключается в подстановке в исходную зависимость линейного уравнения вида $y = ax + b$ связи между аргументами, что позволяет снизить число проверок соответствия коэффициентов относительной важности поставленной цели. Также рассмотрено решение обратной задачи факторного анализа: определение величин факторов по заданным значениям факторных влияний. Наконец, с помощью метода нелинейного программирования получено решение обратной задачи с минимальным значением суммы квадратов приростов аргументов.

Рассмотренные методы могут быть использованы при формировании управленческих решений, а выбор метода обуславливается требованием к полученным результатам, информации, предоставляемой лицом, принимающим решение, наличием программных средств.

Список литературы

1. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика. Основы эконометрики. М.: Юнити, 1998. – 1005 с.
2. Баканов М.И., Шеремет А.Д. Теория экономического анализа. М.: Финансы и статистика, 1997. – 416 с.
3. Бармина Е.А., Квятковская И.Ю. Мониторинг качества коммерческой организации. Структурирование показателей. Применение когнитивных карт // Вестник Астраханского государственного технического университета. 2010. № 2. С.15–20.
4. Виштак О.В., Штырова И.А. Использование технологии обратных вычислений при мониторинге качества дополнительного образования в вузе // Вестник Астраханского государственного технического университета. 2014. № 2. С.67–73.
5. Дик В.В. Методология формирования решений в экономических системах и инструментальные среды их поддержки. М.: Финансы и статистика, 2001. – 300 с.
6. Медведев А.В., Победаш П.Н., Смольянинов А.В. Система поддержки принятия решений для управления региональным экономическим развитием на основе решения линейной задачи математического программирования // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2013. №12. С. 110–115.
7. Одинцов Б.Е. Обратные вычисления в формировании экономических решений. М.: Финансы и статистика, 2004. – 192 с.
8. Одинцов Б.Е., Романов А.Н. Проблемы создания информационных систем управления эффективностью бизнеса // Вестник Финансового университета. 2014. № 6. С. 22–36.
9. Одинцов Б.Е., Романов А.Н. Итерационный метод оптимизации управления предприятиями средствами обратных вычислений // Вестник Финансового университета. 2014. № 2. С. 60–73.
10. Семенчин Е.А., Невечеря А.П. Об обратной задаче в математической модели самоорганизации рынка труда // Фундаментальные исследования. 2014. № 6. С. 1184 –1190.
11. Смирнов К.Е., Напреенко В.Г. Разработка и исследование возможности использования сетевых программных средств на основе аппарата недоопределенных вычислений ля моделирования экономических процессов на примере страховой деятельности // Труды МФТИ. 2011. № 2, т. 3. С. 119 – 126.
12. Тихонов А.Н. Об устойчивости обратных задач // ДАН СССР. 1943. №39, т. 5. С. 195–198.
13. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. – 288 с.
14. Урусова А.С. Обратная задача для экзогенных параметров модели Солоу // Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена.

2007. № 53, т. 22. С. 230–232.

15. Чеботарев С.В. Применение экономического факторного анализа для управления хозяйственными процессами // Управление большими системами: сборник трудов. 2003. № 5. С.114–122.

METHODS FOR SOLVING INVERSE PROBLEMS OF ECONOMIC ANALYSIS

Ekaterina B. Gribanova,
PhD in Technique,
Tomsk State University of Control System and Radio Electronics

Abstract

The inverse problem answers the question «how do I...?» and the purpose of solving such problems is the formation of optimal management decisions. The article presents methods for solving inverse problems of economic analysis. The paper describes existing methods: inverse computation, nonlinear programming, and methods developed by modification of known. In particular, it is proposed the use of linear equation and factor of influence. In the first case, the researcher generates a linear equation function of the dependence of values, which are arguments, and solves the resulting system of equations. The use of linear equation allows reducing the number of checks match the original data set objective and requires determination of direction of dependence: direct or inverse relationship between the arguments. As an example, consider the solution of the inverse problem for the multiplicative two-factor model. There is an example of an additive three-factor model and the problem solving, the application of the convolution procedure and of the system of equations. The method of factor effects based on the theory of factor analysis, in particular on equity total changes of result and amount of changes the magnitude of the result due to each factor. The remainder of the interaction of factors is distributed evenly between the arguments. The study used the methodology of the theory of inverse computation, the minimax method of estimation linear equation parameters, methods of factor analysis, optimization methods. The specialist selects the method depending on the requirements to the obtained results, availability of inputs coming from the decision makers, software. System of support of managerial decisions can use the methods developed.

Keywords: inverse problem, inverse computations, linear equation, economic analysis, management decisions

JEL: C58, C38

References

1. Ajvazjan, S.A., Mhitarjan, V.S. (1998), *"Prikladnaja statistika. Osnovy jekonometriki"* [Applied statistics. The basics of econometrics]. Moscow, Juniti Publ., 1005 p.
2. Bakanov. M.I., Sheremet, A.D. (1997), *"Teoriya ekonomicheskogo analiza"* [Theory of economic analysis]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 416 p.
3. Barmina, E.A., Kvjatkovskaja, I.Ju. (2010), "Monitoring kachestva kommercheskoj organizacii. Strukturirovanie pokazatelej. Primenenie kognitivnyh kart" [Quality monitoring of a commercial organization. The structuring of indicators. Application of cognitive maps]. *Vestnik Astrahanskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta – Journal of Astrakhan State Technical University*, no. 2, pp. 15–20.
4. Chebotarev, S.V. (2003), "Primenenie ekonomicheskogo faktornogo analiza dlya upravleniya khozyaistvennymi protsessami" [The use of economic factor analysis to manage business processes]. *Upravlenie bol'shimi sistemami – Administration of large systems*, no. 5, pp. 114–122.
5. Dik. V.V. (2001), *"Metodologija formirovanija reshenij v jekonomicheskih sistemah i instrumental'nye sredy ih podderzhki"* [The methodology for creating solutions in economic systems environment and tool support]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 300 p.
6. Medvedev, A.V., Pobedash, P.N., and Smol'janinov, A.V. (2013), "Sistema podderzhki prinjatija reshenij dlja upravlenija regional'nym jekonomicheskim razvitiem na osnove reshenija linejnoj zadachi matematicheskogo programmirovanija" [System of decision support for regional economic development based on the decision linear problem of mathematical programming]. *Mezhdunarodnyj zhurnal prikladnyh i fundamental'nyh*

issledovanij – International journal of applied and fundamental research, no. 12, pp. 110–115.

7. Odincov, B.E. (2004), *“Obratnye vychislenija v formirovanii jekonomicheskih reshenij”* [Inverse computations in shaping economic decisions]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 192 p.
8. Odintsov, B.E., and Romanov, A.N. (2014), “Problemy sozdaniya informatsionnykh sistem upravleniya effektivnost’yu biznesa” [Problems of creation of information systems of business performance management]. *Vestnik Finansovogo universiteta – Financial University Bulletin,* no. 6. pp. 22–36.
9. Odintsov, B.E., and Romanov. A.N. (2014), “Iteracionnyj metod optimizacii upravlenija predprijatijami sredstvami obratnyh vychislenij” [An iterative method for optimizing business management tools inverse calculation]. *Vestnik Finansovogo universiteta – Financial University Bulletin,* no. 2. pp. 60–73.
10. Semenchin, E.A., and Nevecherja, A.P. (2014), “Ob obratnoj zadache v matematicheskoj modeli samoorganizacii rynka truda” [About inverse problem in the mathematical model of self-organization of the labor market]. *Fundamental’nye issledovanija – Fundamental research*, no. 6, pp. 1184–1190.
11. Smirnov, K.E., and Napreenko, V.G. (2011), “Razrabotka i issledovanie vozmozhnosti ispol’zovanija setevyh programmnyh sredstv na osnove apparata nedoopredelennyh vychislenij lja modelirovanija jekonomicheskih processov na primere strahovoj dejatel’nosti” [Development and research of usage of network software tools on the basis of the apparatus of subdefinite calculations to modeling of economic processes on the example of insurance business]. *Trudy MFTI – Proceedings of MIPT*, no. 2, pp. 119–126.
12. Tihonov, A.N. (1943), “Ob ustojchivosti obratnyh zadach” [On stability of inverse problems]. *DAN SSSR – Reports of the USSR Academy of Sciences*, no. 39, pp. 195–198.
13. Tihonov, A.N., and Arsenin, V.Ja. (1986), *“Metody reshenija nekorrektnyh zadach”* [Methods for solving ill-posed problems]. Moscow, Nauka Publ., 288 p.
14. Urusova, A.S. (2007), “Obratnaja zadacha dlja jekzogennyh parametrov modeli Solou” [The inverse problem for the exogenous parameters of the Solow model]. *Izvestija Rossijskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta – Journal of Russian state pedagogical University*, no. 53, pp. 230–232.
15. Vishtak, O.V., and Shtyrova, I.A. (2014), “Ispol’zovanie tehnologii obratnyh vychislenij pri monitoringe kachestva dopolnitel’nogo obrazovanija v VUZe” [The use of technology of inverse calculations when monitoring the quality of additional education at the University]. *Vestnik Astrahanskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta – Journal of Astrakhan State Technical University*, no. 2, pp. 67–73.